



FACULDADE VALE DO AÇO – FAVALE
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

LAYON LEITE DA SILVA

**COMPRIMENTO DE FLAMBAGEM DE PEÇAS COMPRIMIDAS COM
VINCULAÇÃO ENGASTE-RÓTULA DE MADEIRA DE PARICÁ (*SCHIZOLOBIUM
AMAZONICUM*)**

Açailândia

2022

LAYON LEITE DA SILVA

**COMPRIMENTO DE FLAMBAGEM DE PEÇAS COMPRIMIDAS COM
VINCULAÇÃO ENGASTE-RÓTULA DE MADEIRA DE PARICÁ (*SCHIZOLOBIUM
AMAZONICUM*)**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à disciplina de TCC II da
Faculdade Vale do Aço para obtenção de
do grau em Bacharel em Engenharia Civil.
Orientador: Luis Jorge Souza dos Anjos
Co-Orientador: João Miguel dos Santos
Dias

Açailândia
2022

**Ficha catalográfica - Biblioteca José Amaro Logrado
Faculdade Vale do Aço**

S586c

Silva, Layon Leite da.

Comprimento de Flambagem de peças comprimidas com vinculação Engaste-rótula de Madeira de Paricá (*Schizolobium Amazonicum*). / Layon Leite da Silva. – Açailândia, 2022.

84 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Civil, Faculdade Vale do Aço, Açailândia, 2022.

Orientador: Prof. Esp. Luis Jorge Souza dos Anjos.

Coorientador: Prof. Me. João Miguel dos Santos Dias.

1. Carga crítica de Euler. 2. Flambagem. 3. Madeira. I. Silva, Layon Leite da. II. Anjos, Luis Jorge Souza dos. (orientador). III. Dias, João Miguel dos Santos. (coorientador). IV. Título.

CDU 631.571-044.943

LAYON LEITE DA SILVA

**COMPRIMENTO DE FLAMBAGEM DE PEÇAS COMPRIMIDAS COM
VINCULAÇÃO ENGASTE-RÓTULA DE MADEIRA DE PARICÁ (*SCHIZOLOBIUM
AMAZONICUM*)**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à disciplina de TCC II da
Faculdade Vale do Aço para obtenção de
do grau em Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em 09 / 02 / 2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Esp. Luis Jorge Souza dos Anjos (Orientador)

Faculdade Vale do Aço – FAVALE

Prof. Esp. Randal Silva Gomes

Faculdade Vale do Aço – FAVALE

Prof. Esp. Marcondes Ayres Crocia

Faculdade Vale do Aço – FAVALE

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela oportunidade de estar podendo finalizar mais uma etapa da minha vida, pois proveu saúde e determinação para concluir este curso de Engenharia Civil.

Agradeço a minha família, em especial minha mãe Jucineide Leite Ribeiro e minha tia Cícera Gleudes Leite por sempre me apoiar, incentivar e confiar na minha capacidade para realização desta etapa. Agradeço a minha namorada Andressa Catarina Silva Borges por sempre me dar apoio, incentivo emocional e confiar na minha capacidade.

Agradeço todo o apoio dado pelos amigos, professores e colegas que compartilharam conhecimento, confiaram e me ajudaram nesta caminhada.

Para a idealização, construção, orientação e aperfeiçoamento deste trabalho agradeço aos orientadores Luis Jorge Souza dos Anjos e João Miguel Santos Dias, aos alunos Sandriel Lima Nascimento, Vinícius de Sousa Lima e Marly Cirqueira Santos, estudantes da UEMASUL (Universidade Estadual da Região) que me ajudaram fornecendo dados obtidos com suas pesquisas no Laboratório de Estruturas e Materiais de Construção (LEMATCON) – Timoshenko da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (Uemasul).

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo geral a determinação do comprimento de flambagem de uma peça de madeira com vinculação engaste-rótula submetida a um esforço de compressão paralela às fibras através de ensaio laboratorial. Para cumprir este objetivo caracterizou-se física e mecanicamente a madeira, destacando suas vantagens e desvantagens. A partir das formulações teóricas a respeito de Flambagem e carga crítica de Euler foi possível utilizar esse aparato teórico e modelá-lo para a parte experimental e a partir dos resultados obtidos de forma prática foi então realizado um comparativo entre resultados obtidos de forma teórica e prática sendo discutida a metodologia utilizada para obtenção dos resultados. Por fim, a formulação de uma proposta para o coeficiente de flambagem foi determinada em consonância com a previsão teórica.

Palavras-Chave: Carga crítica de Euler. Flambagem. Madeira.

ABSTRACT

The general objective of this work is to determine the buckling length of a piece of wood with bezel-knuckle bonding subjected to a compressive stress parallel to the fibers through a laboratory test. To fulfill this objective, wood was physically and mechanically characterized, highlighting its advantages and disadvantages. From the theoretical formulations we were able to use this theoretical apparatus and model it for the experimental part and from the results obtained in a practical way, a comparison was then made between the results obtained in a theoretical and practical way, and the methodology used to obtain the results was discussed. Finally, the formulation of a proposal for the buckling coefficient is achieved in line with the theoretical prediction.

Key-words: Euler's critical load. Bucklin. Wood.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 01 – Exemplo prático (a) e teórico (b) de flambagem em uma coluna.	22
Figura 02 – Exemplo prático de flambagem em uma coluna de concreto armado....	23
Figura 03 – Flambagem em uma régua de material acrílico.	23
Figura 04 – Esquemática dos pontos de Equilíbrio em uma coluna.	24
Figura 05 – Coluna ideal de comprimento L apoiada por pinos e sendo comprimida por uma carga P.	25
Figura 06 – (a) Coluna ideal defletida. (b) Seção da coluna ideal.	26
Figura 07 – (a) coluna defletida. (b) Seção da coluna defletida.	29
Figura 08 – Comprimento efetivo de flambagem e suas respectivas combinações de apoios.	33
Figura 09 – Quadro com os valores teóricos do coeficiente de flambagem (k) para colunas de aço.	34
Figura 10 – Esquemática da coluna sob cargas excêntricas.	35
Figura 11 – Seção da Coluna.	35
Figura 12 – Gráfico do deslocamento lateral máximo de uma coluna com carga excêntrica.	39
Figura 13 – Coluna considerada para a formulação da fórmula da secante.	40
Figura 14 – Árvore Paricá (<i>Schizolobium amazonicum</i>) em sua fase adulta.	41
Figura 15 – Plantio experimental de Paricá (<i>Schizolobium amazonicum</i>).	41
Figura 16 – Toras de Paricá (<i>Schizolobium amazonicum</i>).	42
Figura 17 – Chapas de compensado de Paricá (<i>Schizolobium amazonicum</i>).	42
Figura 18 – Dimensões para os corpos-de-prova a serem ensaiados.	45
Figura 19 – Dimensões para os corpos-de-prova que serão ensaiados.	47
Figura 20 – Gráfico tensão x deformação que determinam o valor de E_{c0}	48
Figura 21 – Diagrama de carregamento para determinação da rigidez da madeira à compressão.	49
Figura 22 – Relógio computadorizado para medir com precisão.	49
Figura 23 – (a) Corpo-de-prova de Paricá (<i>Schizolobium amazonicum</i>) que será utilizado para determinação do comprimento de flambagem e carga crítica de Euler. (b) Seção transversal do corpo-de-prova.	52
Figura 24 – Peças de madeira Cedrorana (<i>Cedrelinga cateniformis</i>) para o engastamento da peça de Paricá (<i>Schizolobium amazonicum</i>) na prensa hidráulica.	54

Figura 25 – Cola Branca composta por resina P.V.A.	54
Figura 26 – Peças sobre uma mesa de serviço.	55
Figura 27 – Procedimento de colagem do engastamento no topo e na base do corpo de prova.	55
Figura 28 – Processo de cura da colagem das peças.....	56
Figura 29 – Prensa Hidráulica Modelo INSTRON EMIC 23-100.	57
Figura 30 – Corpo-de-prova teste.	58
Figura 31 – Corpos-de-prova que foram ensaiados.	58
Figura 32 – Corpo-de-prova 1 indeformado.	60
Figura 33 – Corpo-de-prova 1 deformado.	60
Figura 34 – Interface de ensaio do software Bluehill®.	61
Figura 35 – Gráfico Força x Deslocamento dos corpos-de-prova.	64
Figura 36 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 1.....	65
Figura 37 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 2.....	65
Figura 38 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 3.....	66
Figura 39 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 4.....	66
Figura 40 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 5.....	67
Figura 41 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 6.....	67

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Carga de Ruptura dos CP's.....	61
Quadro 2 – Módulo de Elasticidade dos CP's.	62
Quadro 3 – Tensão de Escoamento dos CP's.	62
Quadro 4 – Deformação no escoamento.	63
Quadro 5 – Tensão de Ruptura.....	63

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas

A Área da seção transversal

CP's Corpos-de-prova

E_{c0} Módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras

EI Rigidez da coluna

I Momento de Inércia

L Comprimento

L_{ef} Comprimento efetivo de Flambagem

M Momento Interno

$M_{máx}$ Momento máximo

NBR Norma Brasileira

P Carga de compressão

P_{cr} Carga crítica de Euler

P_{comp} Carga de compressão

P_{rup} Carga de ruptura

PSF Ponto de Saturação das Fibras

U Umidade

V_{12} Volume com 12% de Umidade

V_{sat} Volume saturado

c Distância da linha neutra até a fibra externa comprimida da coluna

e Excentricidade

f_{c0} Resistência à compressão paralela às fibras

$f_{c0,k}$ Resistência característica à compressão paralela às suas fibras

$f_{c0,máx}$ Carga máxima de compressão paralela às fibras

k Coeficiente de Flambagem

m_{12} Massa com 12% de Umidade

m_i Massa inicial da madeira

m_s Massa seca da madeira

ρ_{ap} Densidade aparente

ρ_{bas} Densidade básica

$\sigma_{m\acute{a}x}$ Tensão máxima

r Raio de giração

y Função que define o deslocamento lateral

LISTA DE SÍMBOLOS

λ Letra grega Lâmbida minúsculo

Δ Letra grega Delta maiúsculo

i Unidade imaginária

e Constante de Euler

π Letra grega Pi minúsculo

δ Letra grega Delta minúscula

% Porcentagem

g Unidade de massa grama

°C Unidade de Temperatura Celsius

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.2 Problema	17
1.3 Objetivos	17
1.3.1 Geral	17
1.3.2 Específicos	18
1.4 Justificativa	18
2 REFERÊNCIAL TEÓRICO	19
2.1 MADEIRA	19
2.1.1 A Madeira como material de construção	19
2.1.2 Propriedades físicas da madeira	20
2.1.3 Propriedades mecânicas da madeira	20
2.1.4 Madeira sob compressão paralela às fibras	21
2.1.5 Fluência e Fadiga da madeira	21
2.1.6 Defeitos em peças de madeira	21
2.2 FLAMBAGEM	22
2.2.1 Carga crítica de Euler	24
2.2.2 Carga crítica de Euler com vários tipos de apoio	29
2.2.3 Comprimento Efetivo de Flambagem (<i>L_{ef}</i>)	32
2.2.4 Carga crítica sendo aplicada com excentricidade	34
2.2.5 Fórmula da secante	39
2.3 PARICÁ (<i>SCHIZOLOBIUM AMAZONICUM</i>)	41
2.4 ANEXO B DA ABNT NBR 7190:1997 - PROJETO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA	44
2.4.1 Umidade	44
2.4.2 Densidade básica e aparente	45
2.4.3 Compressão paralela às fibras	46
3 METODOLOGIA	49

3.1 Considerações iniciais.....	49
3.2 Formulação teórica	50
3.3 Caracterização física e mecânica	52
3.3.1 Teor de umidade	52
3.3.2 Densidade aparente	53
3.3.3 Tensão de compressão paralela às fibras.....	53
3.4 Montagem do corpo-de-prova.....	53
3.5 Carga crítica de Euler teórico.....	56
3.6 Ensaio de flambagem.....	57
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	61
4.1 Coeficiente de flambagem experimental	69
5 CONCLUSÃO	70
REFERÊNCIAS.....	72
APÊNDICE A – REGISTROS FOTOGRÁFICOS DOS CORPOS-DE-PROVA ENSAIADOS.....	76

1 INTRODUÇÃO

A madeira é um material proveniente das árvores e é utilizada desde as primeiras civilizações para a construção de abrigos, casas, templos, pontes, ferramentas etc. Até os dias atuais a madeira tem sido muito bem empregada no âmbito da construção civil sendo utilizada para fins estéticos (pisos e paredes), móveis em geral e elementos estruturais (vigas, pilares e suporte para telhados).

As vantagens da madeira começam por ser um material abundante e de fácil acesso por conta de ser uma matéria prima das árvores, dessa forma, tendo maior disposição no mercado e podendo ser um material de baixo custo (GESUALDO, 2003). Além do mais, a madeira pode ser facilmente renovada através do reflorestamento e garantindo uma boa contribuição para o meio ambiente melhorando a qualidade do ar. A madeira é de fácil trabalhabilidade e não requer uma industrialização muito avançada que requeira uma grande demanda de energia para o seu processamento. (LEPAGE, SALISE e GUEDES, 2017).

As propriedades físicas da madeira, como a sua baixa densidade, dão a madeira uma melhor relação peso-resistência e garantem uma maior resistência com um menor peso (DIAS, 2015). A madeira possui um ótimo comportamento mecânico sendo um material resistente à tração e à compressão paralela às suas fibras. A madeira é um material que não sofre oxidação (CARVALHO, et al.,2014), é um bom isolante térmico, é de fácil manuseio e é um material que pode ser facilmente reutilizado, assim evitando desperdícios e garantindo a sustentabilidade (DIAS, 2015).

Quanto a resistência ao fogo, muitos interpretam de forma equivocada em como a resistência mecânica da madeira se comporta quando está sob situação de incêndio. A madeira é sim um combustível, porém a sua baixa condutividade térmica permite que a madeira mesmo sob situação de incêndio tenha sua resistência mecânica prolongada em comparação ao aço (por ter alta condutividade térmica, rapidamente perde sua resistência mecânica), dessa forma se mantendo como estrutura por mais tempo (NEGRÃO e FARIA,2009).

Assim como todo material a madeira também possui suas desvantagens, por ser um material biológico está sujeita a ataques de agentes biológicos como fungos e insetos que deterioram a madeira (LEPAGE, SALISE e GUEDES, 2017), porém medidas preventivas como o uso de produtos que protegem e mantêm longe esses agentes garantem proteção às características físicas, mecânicas e estética da

madeira (GESUALDO,2003). Também é importante salientar que a madeira deve ser protegida da umidade, pois se trata de um material higroscópico (NEGRÃO e FARIA, 2009).

No Brasil, a madeira é muito utilizada na construção civil como suporte para telhados, fôrmas e cimbramentos para concreto armado, porém ainda há um grande preconceito da sociedade quanto ao uso da madeira como elemento estrutural nas construções, pois a maioria dos projetos de estruturas de madeira são mal dimensionados e acarretam problemas que trazem ao pensamento popular de que a madeira é um material frágil e que não serve como elemento estrutural. Esse preconceito da sociedade reflete em um desinteresse na sociedade acadêmica de engenharia civil em desenvolver novos estudos acerca das estruturas de madeira e ainda o desinteresse de melhor qualificar o profissional de engenharia para dimensionar estruturas de madeira (GESUALDO, 2003).

1.2 Problema

Por conta do desinteresse da sociedade acadêmica em desenvolver novos estudos quanto às estruturas de madeira (GESUALDO, 2003), a ABNT NBR 7190:1997 - Projetos de Estruturas de Madeira, que trata do dimensionamento de estruturas de madeira, não tem sido atualizada desde o ano de 1997. Por se tratar de uma norma já antiga e não ter sido atualizada ao longo dos anos foi havendo a necessidade de novos estudos a respeito do dimensionamento de estruturas de madeira. No item 7.5.1 da ABNT NBR 7190:1997 - Projetos de Estruturas de Madeira estão dispostos valores teóricos para o coeficiente de flambagem (k) em peças comprimidas de madeira bi-rotuladas e engatadas na base e livre no topo. Com base nisto, podemos questionar “Por que há valores de coeficiente de flambagem somente para peças comprimidas de madeira bi-rotuladas e com vinculação engaste-livre?”

1.3 Objetivos

1.3.1 Geral

- Determinar o comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) de uma peça comprimida de madeira de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) com uma vinculação engaste-rótula a partir do coeficiente de flambagem (k) que será determinado por meio de ensaios laboratoriais. Ensaio este que consiste em

sujeitar uma amostra de madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*) a um esforço de compressão paralela às fibras utilizando uma prensa hidráulica.

1.3.2 Específicos

- A) Obter valores de caracterizações físicas como a densidade aparente (ρ_{ap}) e umidade (U), caracterizações mecânicas como a resistência à compressão paralela às fibras (f_{c_0}) e Módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras (E_{c_0}) de uma amostra de Paricá (*Schizolobium amazonicum*). Essas propriedades da madeira podem ser obtidas através dos métodos dispostos no Anexo B da ABNT NBR 7190:1997 - Projetos de Estruturas de Madeira.
- B) Determinar a carga crítica de Euler da peça (P_{cr}) a partir da equação de Euler, obter de forma experimental o valor da carga de ruptura (P_{rup}) e por fim fazer um comparativo entre o valor da carga de ruptura (P_{rup}) e o comprimento efetivo de flambagem da peça comprimida (L_{ef}), fazendo uma relação entre o valor de coeficiente de flambagem real e o recomendado.
- C) Apresentar o experimento realizado bem como seus resultados.

1.4 Justificativa

A ABNT NBR 8800:2008 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios, que trata do dimensionamento de estruturas de aço, define no item E.2.1 valores teóricos e recomendados para o coeficiente de flambagem (k) em peças comprimidas de aço. Nessa norma há valores teóricos e recomendado para peças comprimidas de aço com vinculação engaste-rótula.

Em comparação com o aço, não temos a disposição dos valores de coeficiente de flambagem (k) para uma peça comprimida de madeira com vinculação engaste-rótula em estudos teóricos e experimentais. Assim, o trabalho se justifica, pois a ABNT NBR 7190:1997 - Projetos de Estruturas de Madeira não dispõe nenhum valor teórico ou recomendado para o coeficiente de flambagem (k) para peças comprimidas de madeira com vinculação engaste-rótula.

A realização deste trabalho trará novidades quanto aos estudos de peças comprimidas de madeira, dessa forma, trazendo novidades em projetos estruturais de madeira.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

2.1 MADEIRA

2.1.1 A Madeira como material de construção

De acordo com DIAS (2018, p. 35) a madeira é um dos elementos estruturais mais antigos da construção civil, pois ela foi utilizada nas primeiras construções de abrigos para os humanos se protegerem de animais selvagens e intempéries como o sol, chuva e ventos. Com o passar dos tempos, a madeira começou a ser amplamente utilizada com o intuito de ter uma maior eficácia. Ao longo dos séculos, o crescimento e produtividade humana aumentou e a demanda de materiais para construção também, sendo necessário construções mais resistentes para poder comportar mais pessoas e mais recursos, com isso, houve então a necessidade de conhecer e estudar melhor os materiais construtivos a fim de que seja usado de uma forma econômica e segura. Dessa forma, estudos foram desenvolvidos ao longo dos anos e cada vez mais foram se aperfeiçoando.

A madeira é um material que pode ser utilizado como elemento estrutural de diversas formas, pois é um material que além de possuir um bom desempenho ao ser tracionada paralelamente às suas fibras também tem um bom desempenho sendo comprimida paralelamente às suas fibras, estando isenta de defeitos. Ao longo do trabalho será abordado, mais especificamente, a madeira como um elemento estrutural sendo comprimida paralela às suas fibras. Sendo prático, a madeira como elemento estrutural comprimido pode ser exemplificado como uma coluna de madeira ou escoras, onde os esforços axiais advindos das vigas a comprimem. (NEGRÃO e FARIA, 2009)

É muito importante para o projetista que irá dimensionar uma coluna de madeira conhecer alguns conceitos de resistência dos materiais, propriedades físicas e mecânicas da madeira e suas características gerais, por isso, ao longo do trabalho será abordado alguns desses conceitos para que fique mais claro os objetivos do trabalho.

2.1.2 Propriedades físicas da madeira

As propriedades físicas da madeira são variáveis em função de sua espécie, local onde foi crescida a árvore, umidade e entre outros fatores. Essas propriedades físicas estão ligadas a algumas características gerais da madeira como anisotropia, teor de umidade, textura, retratibilidade e densidade. (DIAS, 2018, p. 40)

É de fundamental importância o entendimento da anisotropia da madeira, pois ela nos diz que a madeira possui diferentes propriedades em três direções (longitudinal, tangencial e radial). A madeira é um material higroscópico (NEGRÃO e FARIA, 2009), ou seja, é um material que absorve a umidade do ambiente e altera suas características, podendo aumentar (processo de inchamento) ou diminuir (processo de contração) de tamanho.

2.1.3 Propriedades mecânicas da madeira

As propriedades mecânicas da madeira variam de acordo com a duração da carga que será imposta, umidade e direção na qual a carga será aplicada. Essas propriedades estão relacionadas a como a madeira se comporta quando é solicitada por forças externas (KRETSCHMANN, 2010).

A madeira possui um caráter ortotrópico, pois como se trata de um material anisotrópico possui então diferentes resistências em suas três direções (longitudinal, tangencial e radial), a umidade da madeira também influencia na sua resistência e por isso a determinação é feita por ensaios laboratoriais onde o teor de umidade deve estar no PSF (Ponto de saturação das fibras) (ABNT NBR 7190, 1997) (DIAS, 2015 p. 10)

A elasticidade de uma peça de madeira é a propriedade que se refere ao regime elástico, em que a deformação sofrida após a aplicação de alguma carga é reversível. Caso a peça de madeira ultrapasse o limite de proporcionalidade, a peça entrará em um regime plástico onde a sua deformação será irreversível. Uma das mais importantes propriedades mecânicas para a madeira é o módulo de elasticidade que é determinado a partir da lei de Hook. Essa lei é então definida a partir dos valores do limite de proporcionalidade da madeira. O módulo de elasticidade varia de acordo com a espécie da peça de madeira e a direção na qual a peça será solicitada (KRETSCHMANN, 2010).

2.1.4 Madeira sob compressão paralela às fibras

O comportamento de uma peça de madeira sujeita ao esforço de compressão varia de acordo com a força aplicada na direção das fibras, podendo ser paralela, perpendicular ou inclinada. Para os estudos de uma coluna é importante enfatizar o comportamento da madeira ao ser solicitada na direção paralela às suas fibras (PFEIL, 2003). Em uma compressão de uma coluna de madeira são introduzidos alguns conceitos como a flambagem, que no decorrer do trabalho será abordado.

2.1.5 Fluência e Fadiga da madeira

A madeira é um material de característica viscoelástica cuja sua deformação depende do histórico de carregamento (CASTELLANOS, et al., 2006).

A Fluência da madeira é um fenômeno que ocorre quando uma peça é solicitada por uma carga e ocorre uma deformação inicial e logo em seguida ocorre outra deformação em função do tempo (KRETSCHMANN, 2010). Ao se retirar a carga observa-se a deformação causada pela deformação inicial da peça retorna, mas a deformação causada ao longo do tempo permaneceu, esta permanência da deformação é chamada Fadiga.

2.1.6 Defeitos em peças de madeira

Assim como em outros materiais construtivos, a madeira também possui defeitos, esses defeitos podem alterar as propriedades físicas e mecânicas da madeira e isto deve sempre ser levado em conta para que seja feito um devido dimensionamento (DIAS, 2018).

Os tipos de defeitos mais comuns em peças de madeira são provenientes do processo de crescimento da árvore, secagem da madeira, produção e por danos causados por intempéries e agentes biológicos (JUNIOR, C. et al., 2006). Os defeitos mais comuns em peças de madeira e suas respectivas causas são:

- Nós: Defeito ocasionado pelo nascimento de galhos na madeira durante o crescimento da árvore. Sua presença prejudica a resistência paralela às fibras da peça ao desviar a direção delas;
- Fendas: Defeito causado pela rápida secagem da madeira. Prejudica a resistência ao cisalhamento paralela às fibras.

- Degradação biológica: Os agentes biológicos como fungos e insetos se alimentam das substâncias contidas na madeira, a vivência desses agentes compromete a resistência da madeira como um todo.

Outros defeitos de secagem que podem ser mencionados são o abaulamento, encurvamento, arqueamento e torcimento.

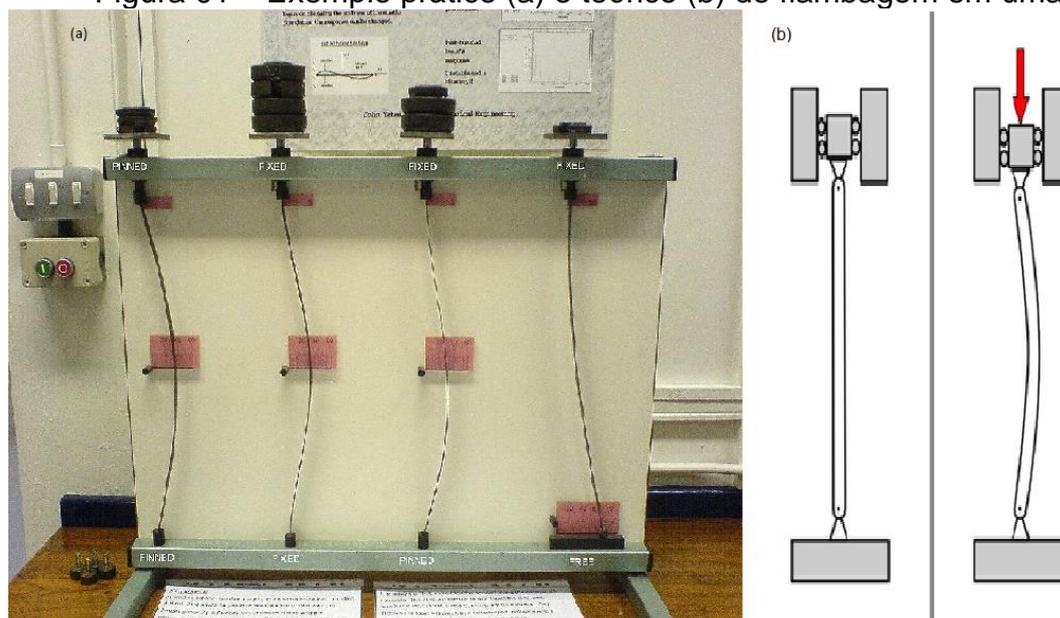
2.2 FLAMBAGEM

Dadas algumas características gerais da madeira como suas propriedades e o seu comportamento ao ser comprimida na direção das suas fibras, damos início a um dos conceitos primordiais para atingir os objetivos do trabalho, a flambagem. A flambagem trata-se de um fenômeno de deslocamento lateral em peças esbeltas causado pelo esforço de compressão e de flexocompressão (causado pela excentricidade). A forma e magnitude da flambagem dependerá das vinculações externas da peça, do módulo de elasticidade do material, o momento de inércia da seção transversal e o seu comprimento. (HIBBELER, 2009).

Na Engenharia Civil esse conceito é fundamental para o estudo, entendimento e dimensionamento de estruturas, mais especificamente o dimensionamento de colunas, pois a coluna é um elemento estrutural esbelto e comprimido.

Para melhor compreensão deste conceito temos na figura 01 a seguir uma esquematização de como ocorre a flambagem:

Figura 01 – Exemplo prático (a) e teórico (b) de flambagem em uma coluna.



Fonte: (a) Grahams Child,2006 (b) Clean PNG (2021)

Na figura 02 também é possível observar o fenômeno de flambagem de forma mais prática

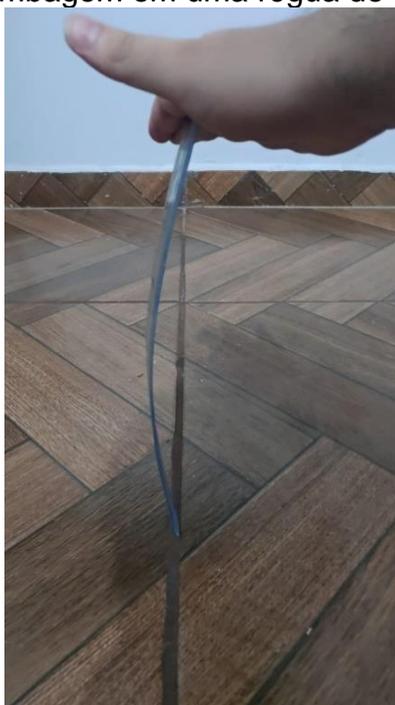
Figura 02 – Exemplo prático de flambagem em uma coluna de concreto armado.



Fonte: Clean PNG (2021)

Como visto, a flambagem ocorre por conta de um carregamento aplicado no centroide da seção transversal de uma peça esbelta. Na figura 03 é possível observar outro caso simples e prático deste fenômeno, aplicando um pequeno esforço de compressão em uma régua e logo vemos a deformação lateral desta régua, lembrando que esta deformação depende da esbeltez da peça, vinculação, o módulo de elasticidade e o momento de Inércia da seção transversal.

Figura 03 – Flambagem em uma régua de material acrílico.



Fonte: Imagem do autor (2021)

Para fins teóricos ao estudo do fenômeno de flambagem, é importante introduzirmos o conceito da carga crítica de Euler.

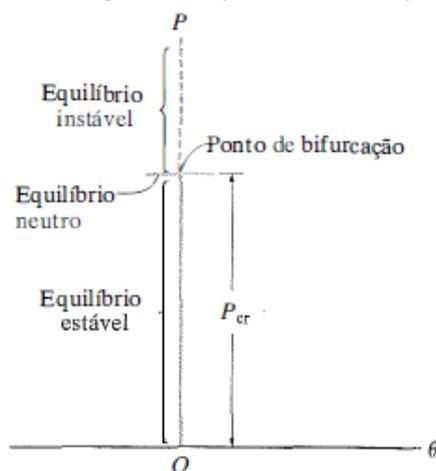
Em um dimensionamento de uma coluna é essencial que seja conhecida a carga máxima que uma determinada coluna poderá suportar para então garantir a segurança de tal, por isso é importante conhecer os estágios de equilíbrio como o estável, neutro e instável. É essencial que a coluna esteja em equilíbrio estável e bem distante do equilíbrio neutro para que tenha maior segurança, pois, uma coluna após flambada já estará em um equilíbrio instável e a não poderá suportar a carga aplicada e a estrutura vir a ruir. Para fins teóricos ao estudo do fenômeno de flambagem, é imprescindível introduzirmos o conceito da carga crítica de Euler.

2.2.1 Carga crítica de Euler

Conhecer a carga máxima que uma peça pode suportar é essencial para dimensionar com maior segurança e economia, por isso os conceitos e teorias devem ser sempre levados em conta. A carga crítica nada mais é que a carga máxima que uma coluna pode suportar sem que sofra flambagem, ou seja, carga máxima que ela pode atingir sem ultrapassar sua estabilidade (BEER e JOHNSTON, 1995)

Na figura 04 esta situação é demonstrada de uma forma melhor, onde temos os equilíbrios estável, neutro e instável. Podemos visualizar também a carga crítica (P_{cr}) que se estende até o ponto de Bifurcação, que é o ponto onde coluna entrará em equilíbrio instável e sofrerá a flambagem.

Figura 04 – Esquemática dos pontos de Equilíbrio em uma coluna.



Fonte: HIBBELER (2009, p. 475)

Os estudos e publicações acerca da determinação da carga crítica em colunas vem desde o século XV em que muitos matemáticos e cientistas teorizavam e

experimentavam para definirem a resistência de um material. Leonardo da Vinci, no século XV já introduzia seus estudos a respeito do assunto em que verificou que a resistência de uma coluna dependia de sua esbeltez. Já no século XVIII, o cientista holandês Pieter Van Musschenbroek publicou um estudo em que mostrou, de forma experimental, que a carga crítica de uma coluna era inversamente proporcional ao quadrado do comprimento da coluna (CARVALHAR, 2001).

Inspirado pelo matemático Jacob Bernoulli, Leonard Euler trouxe em um de seus livros estudos acerca da carga crítica de uma coluna. Os estudos de Euler trouxeram a possibilidade de sabermos a carga crítica de uma coluna de forma segura e quantificável (CARVALHAR, 2001; PFEIL, 2003).

A Carga crítica de Euler é a carga de compressão máxima que uma coluna pode suportar antes de ocorrer o fenômeno de flambagem, sendo assim, no instante em que a carga crítica de Euler é alcançada a coluna estará em um estágio de equilíbrio neutro e qualquer adição de carga que ultrapasse a carga crítica de Euler implicará na mudança do estado de equilíbrio neutro para o estado de equilíbrio instável da peça e dessa forma ocasionando a sua flambagem. A carga crítica de Euler foi inicialmente deduzida a partir de uma coluna ideal que por definição é uma coluna perfeitamente reta de material homogêneo apoiada por pinos e tendo uma carga de compressão aplicada em seu centroide (GERE, J. M., 2010). Na figura 05 temos a ilustração de uma coluna ideal.

Figura 05 – Coluna ideal de comprimento L apoiada por pinos e sendo comprimida por uma carga P .



Fonte: HIBBELER (2009, p. 477)

Para determinarmos a carga crítica de Euler de uma coluna ideal aplicaremos a Equação da Linha Elástica (equação 1) que relacionará o Momento interno (M)

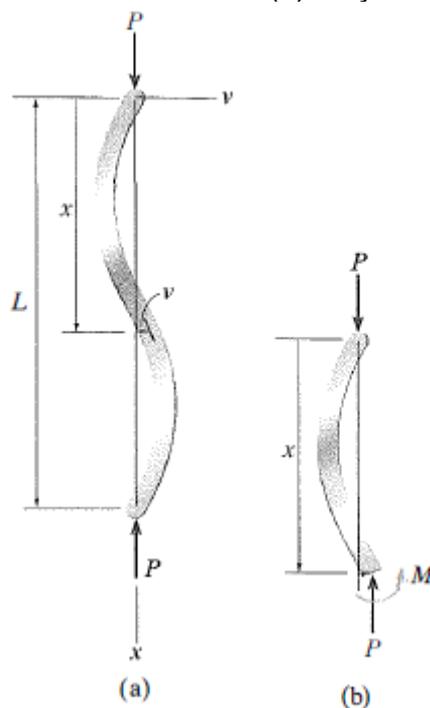
com a rigidez da coluna (EI) para então ser calculada a função que define o deslocamento lateral da coluna (y).

Segundo HIBBELER (2009), temos a equação da linha elástica sendo descrita por uma equação diferencial de segunda ordem (equação 1):

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M \quad (1)$$

Pelo Diagrama de corpo livre da coluna presente na figura 05 podemos determinar o Momento interno (M) da coluna através do método das seções. Na figura 06 temos a deflexão que ocorreu na coluna ideal presente na figura 05.

Figura 06 – (a) Coluna ideal defletida. (b) Seção da coluna ideal.



Fonte: HIBBELER (2009, p. 478)

Segundo BEER e JOHNSTON (1995, p. 260), pelo método das seções podemos verificar que o Momento interno (M) da coluna é dado por $M = -P \cdot y$, onde P é a carga de compressão. Dessa forma obtemos uma equação diferencial linear homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes (equação 2):

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = 0 \quad (2)$$

É importante notar nesta equação que através dela podemos encontrar o valor da carga crítica de Euler, pois a equação nos dá uma condição de equilíbrio onde podemos relacionar a carga com os fatores que influenciam diretamente no fenômeno da flambagem. Demonstraremos a seguir a resolução da equação 2.

Em se tratando de uma equação diferencial linear homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes vamos seguir a dedução no sentido de DEMIDOVICH (1977) e construiremos a equação característica a partir dos coeficientes da equação diferencial, ficando então dessa forma:

$$\lambda^2 + \lambda^0 \frac{P}{EI} = 0$$

Resolvendo a equação característica da equação diferencial concluímos que suas raízes são:

$$\Delta = -4 \frac{P}{EI} \Rightarrow \lambda = \pm \frac{\sqrt{(-4 P/EI)}}{2} \Rightarrow \lambda = \pm \sqrt{\frac{P}{EI}} i$$

Os valores de (λ) correspondem a valores pertencentes aos números complexos e se encontra no caso em que a solução geral da equação 2 é:

$$y(x) = e^{ax} [c_1 \cos(bx) + c_2 \text{sen}(bx)]$$

Onde o termo “a” refere-se a parte real e “b” a parte imaginária.

Substituindo os termos, $a = 0$ e $b = \sqrt{\frac{P}{EI}}$ na equação, vemos que a função que define o deslocamento lateral da coluna é:

$$y(x) = c_1 \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\right) + c_2 \text{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\right) \quad (3)$$

Podemos ainda utilizar das condições de contorno para determinar as constantes C_1 e C_2 da equação 3.

1º) No início da coluna, onde o comprimento x vale 0 e deslocamento lateral y vale 0, podemos substituir esses valores na equação 3 e assim obtendo:

$$0 = c_1 \cos(0) + c_2 \text{sen}(0)$$

$$\therefore c_1 = 0$$

Logo, a constante C_1 da equação 3 vale 0.

2º) No final da coluna, onde o comprimento x vale L e o deslocamento lateral y vale 0, podemos substituir esses valores na equação 3 e assim obtendo a equação 4:

$$0 = c_2 \text{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right)$$

A equação 4 somente se satisfará quando:

$$\text{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) = 0 \quad (4)$$

E isso ocorrerá quando o argumento do seno for igual a um múltiplo de π , isto é:

$$\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) = n\pi$$

Segundo nos informa desse modo, podemos determinar o valor da carga crítica P a partir de artifícios algébricos, sendo então, P dado pela equação 5:

$$P = \frac{(n\pi)^2 EI}{L^2} \quad (5)$$

A menor carga crítica de Euler é válida quando $n = 1$, pois é o múltiplo de π e representa a menor carga crítica para a carga crítica de Euler presente na equação 6 sendo:

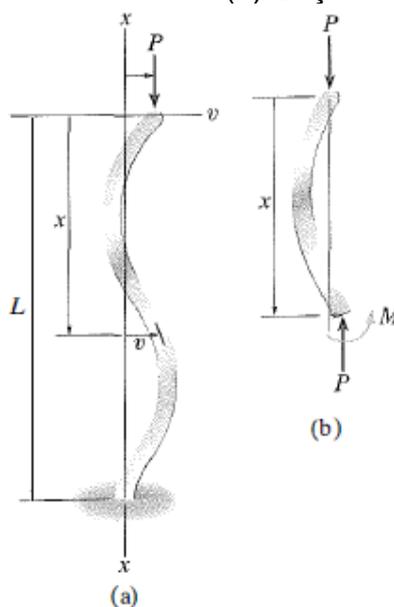
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (6)$$

A carga crítica de Euler também pode ser definida para colunas que possuam outros tipos de apoio, a determinação do valor desta carga é feita a partir do mesmo princípio de uma coluna ideal, porém deve-se observar que o momento fletor terá valores diferentes dependendo da vinculação da coluna (BEER e JOHNSTON, 1995).

2.2.2 Carga crítica de Euler com vários tipos de apoio

A determinação da carga crítica de uma coluna depende intrinsecamente dos apoios, pois o Momento interno (M) dependerá do mesmo (HIBBELER, 2009). No tópico anterior foi abordado a carga crítica de Euler em uma coluna ideal apoiada por pinos. Tomemos agora como exemplo uma coluna engastada na base e livre no topo de comprimento (L) que está sob uma carga de compressão (P) em seu topo figura 06a. Pelo método das seções, o momento fletor desta coluna é $M = P(\delta - y)$ onde (P) é a carga, (δ) é o deslocamento inicial da coluna após a aplicação da carga e (y) a função que define o deslocamento lateral da coluna figura 06b. Na figura 07 mostra a deflexão lateral ocorrida em uma coluna com outros tipos de apoio.

Figura 07 – (a) coluna defletida. (b) Seção da coluna defletida.



Fonte: HIBBELER (2009)

Analogamente a coluna ideal, aplicaremos a equação da linha elástica (equação 1) para a determinação da carga crítica (HIBBELER, 2009). Sendo assim temos:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M \quad (1)$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = P(\delta - y) \quad (7)$$

A equação 7 se trata de uma equação diferencial linear não homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes. Para determinarmos a carga crítica de

uma coluna com vários tipos de apoio devemos solucionar a equação diferencial. A equação diferencial é não homogênea pelo fato de não haver termo nulo (DEMIDOVICH, 1977).

Reorganizando os termos da equação 7, temos a equação 8:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{P}{EI}y = \frac{P}{EI}\delta \quad (8)$$

A solução geral para uma equação diferencial não homogênea é $Y_G = Y_H + Y_P$ onde (Y_G) é a solução geral da equação, (Y_H) é a solução homogênea e por fim (Y_P) é a solução particular (DEMIDOVICH, 1977).

A solução da equação homogênea é similar a equação que foi solucionada na coluna ideal, dessa forma temos a sua equação característica da seguinte forma (equação 9):

$$Y_H = \lambda^2 + \lambda^0 \frac{P}{EI} = 0 \quad (9)$$

Resolvendo a equação característica

$$\Delta = -4 \frac{P}{EI} \Rightarrow \lambda = \pm \frac{\sqrt{(-4 P/EI)}}{2} \Rightarrow \lambda = \pm \sqrt{\frac{P}{EI}} i$$

Segundo DEMIDOVICH (1978) o valor de λ corresponde a um valor pertencente aos números complexos e se encontra no caso em que a solução da equação 9 é:

$$Y_H = e^{ax} [c_1 \cos(bx) + c_2 \text{sen}(bx)]$$

Substituindo os valores na equação 9 temos a solução da equação homogênea da seguinte forma:

$$Y_H = c_1 \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) + c_2 \text{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right)$$

Calculada a solução homogênea podemos partir para a solução da equação particular que tem a seguinte forma $Y_P = B$ por conta de o lado direito da equação 8 ser uma constante. Devemos derivar Y_P duas vezes para determinar os valores. Assim, após derivarmos, obtemos os seguintes valores

$$Y_P' = 0 ; Y_P'' = 0$$

Com isto, concluímos então que a solução particular da equação é B . B é o termo relativo a constante da equação 8, logo, $B = \delta$.

Somando (Y_H) e (Y_P) obtemos a seguinte solução para a equação diferencial linear não homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes (equação 10), que corresponde a equação que define o deslocamento lateral da coluna.

$$Y_G = y(x) = c_1 \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) + c_2 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) + \delta \quad (10)$$

Ainda no sentido de DEMIDOVICH (1978), após determinarmos a solução da equação, devemos utilizar as condições de contorno para determinarmos as constantes c_1 e c_2 .

1º) No início da coluna, onde o comprimento x vale 0 e o deslocamento lateral y vale 0, podemos substituir esses valores na equação 10 e assim obtendo:

$$y(0) = c_1 \cos(0) + c_2 \operatorname{sen}(0) + \delta$$

Desse modo verificamos que $c_1 = -\delta$.

2º) Podemos ainda encontrar o valor de c_2 derivando a equação 10 e utilizando as mesmas condições de contorno em que o comprimento x vale 0 e deslocamento y vale 0 na equação 11.

$$y'(0) = \delta \sqrt{\frac{P}{EI}} 0 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} 0\right) + c_2 \sqrt{\frac{P}{EI}} 0 \operatorname{cos}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} 0\right) \quad (11)$$

Desse modo vemos que $c_2 = 0$

Determinados os valores das constantes c_1 e c_2 podemos definir a equação que nos levará ao valor da carga crítica de Euler para outros apoios.

3º) Podemos ainda utilizar uma segunda condição de contorno no topo da coluna que se encontra livre, sem apoio, onde o comprimento x vale L e o

deslocamento y vale o deslocamento inicial δ . Dessa forma podemos definir o deslocamento inicial $\delta = 0$ através das equações a seguir.

$$\delta = -\delta \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) + \delta$$

$$-\delta \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0 \quad (12)$$

Podemos verificar também que o $\cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0$ e com isso podemos determinar o valor da carga crítica P partindo do pressuposto de que $\sqrt{\frac{P}{EI}}L$ deve ser igual a $\frac{n\pi}{2}$ para que a equação 12 seja satisfeita.

$$\sqrt{\frac{P}{EI}}L = \frac{n\pi}{2}$$

De acordo com HIBBELER (2009, p. 478) em termos algébricos a carga crítica de Euler para colunas com outros apoios fora determinada na equação 13, sendo a menor carga crítica para $n = 1$.

$$P_{cr} = \frac{EI\pi^2}{4L^2} \quad (13)$$

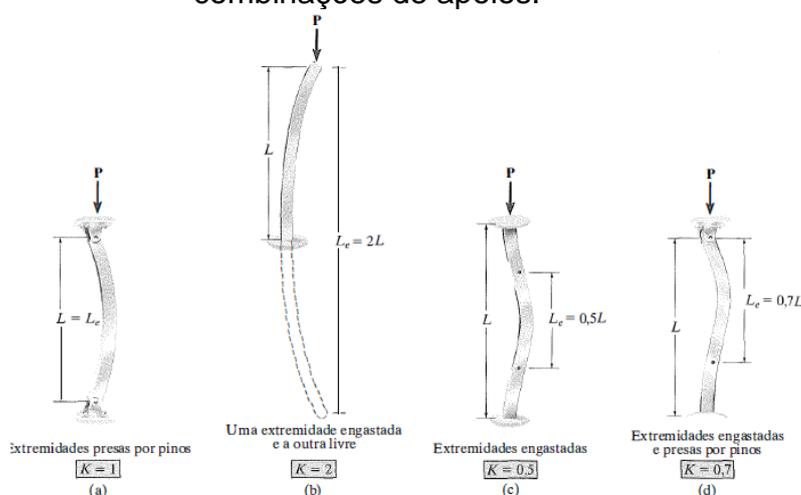
2.2.3 Comprimento Efetivo de Flambagem (L_{ef})

O comprimento efetivo de flambagem é um conceito importante para a determinação da carga crítica de uma coluna, pois ele é o comprimento que deve ser levado em conta no cálculo da carga crítica. O comprimento efetivo de flambagem é a distância entre dois pontos da coluna onde o Momento interno (M) tem valor nulo. Numa coluna ideal apoiada por pinos a distância entre esses dois pontos é igual ao próprio comprimento real da coluna, isto é, o comprimento efetivo de flambagem é igual ao comprimento real da própria coluna, sendo assim, $L_{ef} = L$ (GERE, J. M., 2010, p. 20).

No exemplo de uma coluna engastada na base e livre no topo a distância entre os dois pontos onde o Momento interno (M) é nulo é o dobro do comprimento real da coluna, sendo assim, o comprimento efetivo de flambagem da coluna é dado por ($2L$) (HIBBELER, 2009, p. 480).

Na figura 08 a seguir temos exemplos de outras combinações de apoios e seus respectivos comprimentos efetivos de flambagem.

Figura 08 – Comprimento efetivo de flambagem e suas respectivas combinações de apoios.



Fonte: HIBBELER (2009)

Na figura 08 nota-se que há um valor adimensional (k) para cada combinação de apoio. Este (k) trata-se do coeficiente de flambagem que tem a função de modificar o comprimento real da coluna e convertê-lo para o comprimento efetivo de flambagem. Sendo assim, a partir dos conceitos de comprimento efetivo de flambagem e o coeficiente de flambagem, podemos presumir que para toda combinação de apoios em colunas, a carga crítica de Euler (equação 14) pode ser expressa da seguinte forma (HIBBELER, 2009):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (14)$$

Onde o coeficiente (k) dependerá da combinação de apoios da coluna.

Como mencionado anteriormente, o coeficiente de flambagem (k) possui valores teóricos e recomendados para a determinação da carga crítica (P_{cr}) (ABNT NBR 8800, 2008). Na figura 09 é possível verificar um quadro contendo os valores teóricos e recomendados do coeficiente de flambagem (k) definidos pela ABNT NBR

8800:2008 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios para dimensionamento de estruturas de aço.

Figura 09 – Quadro com os valores teóricos do coeficiente de flambagem (k) para colunas de aço.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
A linha tracejada indica a linha elástica de flambagem						
Valores teóricos de K_x ou K_y	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados	0,65	0,80	1,2	1,0	2,1	2,0
Código para condição de apoio						
	Rotação e translação impedidas Rotação livre, translação impedida Rotação impedida, translação livre Rotação e translação livres					

Fonte: ABNT NBR 8800:2008 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios (2008)

Na ABNT NBR 7190:1997 - Projetos de Estruturas de Madeira, no item 7.5.1, que trata a respeito de algumas generalidades quanto a estabilidade menciona a seguinte recomendação para valores de comprimento efetivo:

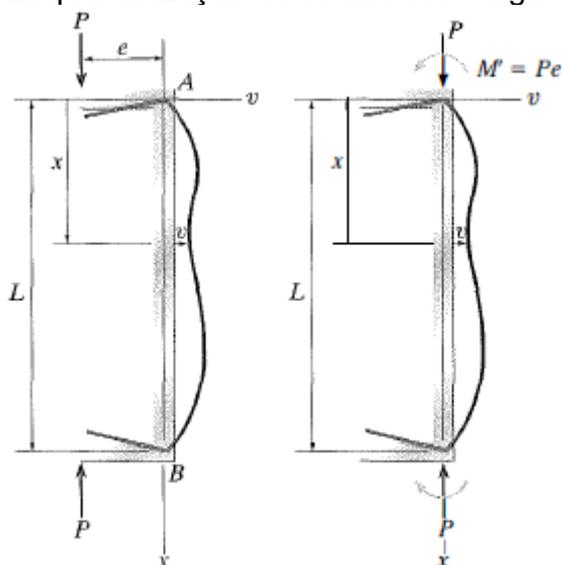
“Para as peças de comprimento efetivo L engastadas em uma extremidade e livre da outra, adota-se $L_0 = 2 L$. Para as peças de comprimento efetivo L em que ambas as extremidades sejam indeslocáveis por flexão, adota-se $L_0 = L$, não se considerando qualquer redução em virtude da eventual continuidade estrutural da peça.” (ABNT NBR 7190:1997).

2.2.4 Carga crítica sendo aplicada com excentricidade

A carga crítica de Euler parte de um princípio onde a carga que comprimirá a coluna está sendo aplicada exatamente no centroide da seção transversal da coluna, porém isso está um pouco fora da realidade, pois no mundo real não conhecemos de fato o centroide da seção transversal de uma coluna, a não ser um ponto que esteja estatisticamente próximo. Sabemos então, que na realidade, sempre haverá uma distância entre o ponto onde a carga é aplicada e o centroide da coluna, esta distância é chamada de excentricidade (e). Para solucionar o problema e obtermos um resultado ainda mais aproximado da realidade foi formulada a Fórmula da Secante, que foi deduzida a partir da seguinte análise (HIBBELER, 2009).

Suponhamos uma coluna que estará sujeita a uma carga de compressão (P) que será aplicada a uma excentricidade (e). Para ser definida a carga máxima da coluna será necessário, novamente, utilizar a equação da linha elástica e calcular o Momento interno (M). Para este caso em que há excentricidade (e) deve-se calcular o Momento gerado pela carga (P) em relação ao centroide da coluna, ou seja, este Momento será o produto entre o módulo da carga (P) e o valor da excentricidade (e). Sendo assim, o Momento excêntrico $M' = Pe$. Na figura 10 é possível verificar isso de forma esquematizada. (HIBBELER, 2009, p. 481)

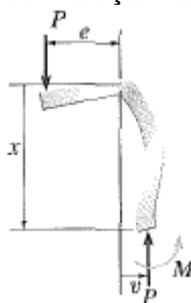
Figura 10 – Esquematização da coluna sob cargas excêntricas.



Fonte: HIBBELER (2009)

Na figura 11 pode-se observar uma seção da coluna analisada. Através do método das seções, podemos determinar o Momento Interno (M) da coluna.

Figura 11 – Seção da Coluna.



Fonte: HIBBELER (2009)

O Momento interno $M = -P(e + y)$ onde (e) é a excentricidade, (P) a carga e (y) a função que define o deslocamento lateral da coluna (HIBBELER, 2009).

Aplicando a equação da linha elástica obtemos mais uma equação diferencial linear não homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes (DEMIDOVICH, 1978).

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -P(e + y) \quad (15)$$

A resolução deste tipo de equação diferencial já foi demonstrada no tópico 2.2.2 “Carga crítica de Euler com vários tipos de apoio”, então não será necessário novamente demonstrar a resolução.

Após solucionada, a função que determina o deslocamento lateral da coluna com carga excêntrica terá a seguinte forma (HIBBELER, 2009):

$$y(x) = c_1 \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\right) + c_2 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\right) - e \quad (16)$$

Podemos ainda utilizar das condições de contorno para determinar as constantes c_1 e c_2 da equação 16 (HIBBELER, 2009).

1º) No início da coluna, onde o comprimento x vale 0 e deslocamento lateral y vale 0, podemos substituir esses valores na equação 16 e assim obtendo:

$$c_1 = e$$

2º) No final da coluna, onde o comprimento x vale L e o deslocamento lateral y vale 0, substituindo na equação 16 obtemos:

$$c_2 = \frac{e \left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) \right]}{\operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right)}$$

Por conveniência, utilizando as identidades trigonométricas:

$$1 - \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) = 2 \operatorname{sen}^2\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) = 2 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2}\right) \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2}\right).$$

Temos então que a constante c_2 pode ser reescrita como:

$$c_2 = e \tan \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right)$$

Determinados os valores de c_1 e c_2 , a equação do deslocamento lateral de uma coluna com carga excêntrica é dada pela equação 17:

$$y(x) = e \left[\cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) + \tan \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x \right) - 1 \right] \quad (17)$$

Numa coluna submetida a uma carga de compressão no centroide pode ser definida a sua carga crítica (P_{cr}) quando a mesma atinge o equilíbrio neutro e entra no equilíbrio instável, ou seja, quando inicia a sua flambagem. Já uma coluna com carga excêntrica inicia a sua flambagem para qualquer valor de P (HIBBELER, 2009).

De acordo com BEER & JHONSTON (1995) a carga crítica (P_{cr}) de uma coluna com carga de compressão excêntrica é definida quando ocorre o deslocamento lateral máximo da coluna, isto ocorre no meio da coluna, quando o valor de x na equação 17 vale a metade do comprimento total da coluna, $x = \frac{L}{2}$. Quando substituimos o valor de x na equação 17 obtemos a equação que define o deslocamento lateral máximo da coluna e por consequência será possível definir qual a carga crítica (P_{cr}) que poderá ser atingida na coluna. Dessa maneira temos:

$$y_{\max} \left(\frac{L}{2} \right) = e \left[\cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right) + \tan \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right) - 1 \right] \Rightarrow$$

$$y_{\max} \left(\frac{L}{2} \right) = e \left[\cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right) + \frac{\operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right)}{\cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right)} \operatorname{sen} \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right) - 1 \right] \Rightarrow$$

$$y_{\max} \left(\frac{L}{2} \right) = e \left[\frac{\cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right)}{\cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right)^{-1}} + \frac{\operatorname{sen}^2 \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right)}{\cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right)} - \frac{1}{\cos \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right)^{-1}} \right] \Rightarrow$$

$$y_{m\acute{a}x}\left(\frac{L}{2}\right) = e \left[\frac{\text{sen}^2\left(\sqrt{\frac{PL}{EI2}}\right) + \text{cos}^2\left(\sqrt{\frac{PL}{EI2}}\right) - \text{cos}\left(\sqrt{\frac{PL}{EI2}}\right)}{\text{cos}\left(\sqrt{\frac{PL}{EI2}}\right)} \right] \Rightarrow$$

$$y_{m\acute{a}x}\left(\frac{L}{2}\right) = e \left[\frac{1 - \text{cos}\left(\sqrt{\frac{PL}{EI2}}\right)}{\text{cos}\left(\sqrt{\frac{PL}{EI2}}\right)} \right] \Rightarrow$$

$$y_{m\acute{a}x}\left(\frac{L}{2}\right) = e \left[\text{sec}\left(\sqrt{\frac{P L}{EI 2}}\right) - 1 \right] \quad (18)$$

A equação 18 é a função que define o deslocamento lateral máximo da coluna. Para determinarmos a carga crítica (P_{cr}) para uma coluna com carga excêntrica utilizaremos o cálculo infinitesimal para que a $\text{sec}\left(\sqrt{\frac{P L}{EI 2}}\right)$ tenda a infinito. Essa condição só será satisfeita quando $\sqrt{\frac{P L}{EI 2}} = \frac{\pi}{2}$. Sendo então a carga crítica (HIBBELER, 2009):

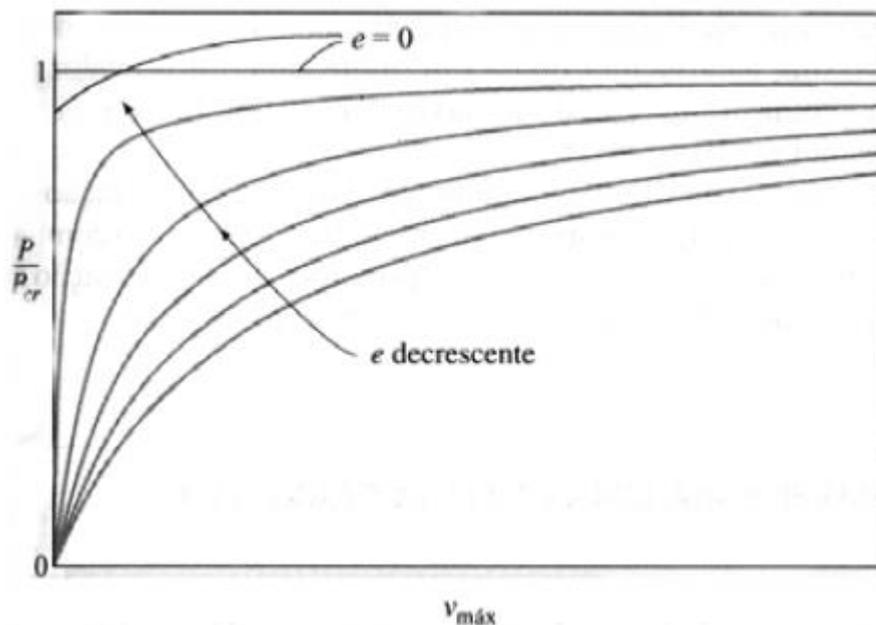
$$P_{cr} = \frac{EI\pi^2}{L^2} \quad (19)$$

O deslocamento lateral máximo da coluna sob uma carga excêntrica pode ser reescrito como na equação 20:

$$y_{m\acute{a}x}(x) = e \left[\text{sec}\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}\right) - 1 \right] \quad (20)$$

O gráfico da equação 20 presente na figura 12 exemplifica melhor as condições de estabilidade da coluna.

Figura 12 – Gráfico do deslocamento lateral máximo de uma coluna com carga excêntrica.



Fonte: HIBBELER (2009)

O ponto de interesse deste gráfico é identificar que à medida que a excentricidade (e) tende a zero e a razão $\frac{P}{P_{cr}}$ fica mais próxima do valor 1 mais aproximada da realidade fica o valor da carga crítica de Euler (P_{cr}) para uma coluna com carga excêntrica (BEER & JHONSTON, 1995).

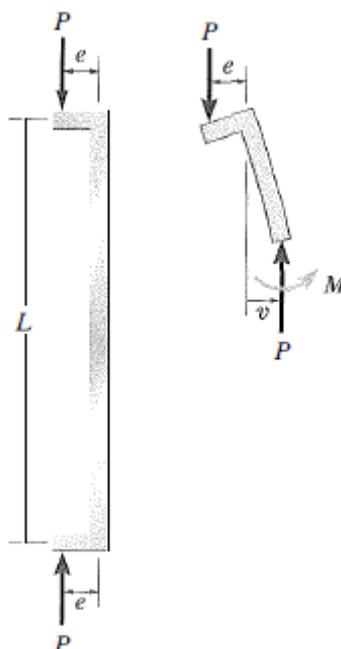
2.2.5 Fórmula da secante

Segundo KARLSEN (1976), para a formulação da fórmula da secante, consideremos uma coluna sendo comprimida por uma carga excêntrica onde o Momento Interno Máximo ($M_{máx}$) é determinado a partir de uma seção desta coluna. Vale notar que o Momento Interno Máximo ($M_{máx}$) da coluna se encontra na metade do comprimento total da coluna. Dessa forma, temos a Equação do Momento Interno Máximo ($M_{máx}$) (equação 21) sendo:

$$M_{máx} = |P(e + y_{máx})| \text{ ou } M_{máx} = \left| P e \sec \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} \frac{L}{2} \right) \right| \quad (21)$$

Na figura 13 é ilustrado uma coluna para exemplificação de uma excentricidade.

Figura 13 – Coluna considerada para a formulação da fórmula da secante.



Fonte: HIBBELER (2009)

Para KARLSEN (1976) a tensão máxima ($\sigma_{m\acute{a}x}$) que ocorre nesta coluna é de compressão e pode ser calculada através da soma da tensão ocorrida pela carga axial e a tensão ocorrida pelo Momento Interno Máximo ($M_{m\acute{a}x}$), podendo ser expressa pela equação 22:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{P}{A} + \frac{M_{m\acute{a}x}}{I} c \text{ ou } \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{P}{A} + \frac{P e c}{I} \sec \left(\sqrt{\frac{P L}{EI}} \right) \quad (22)$$

onde (I) é a inércia da seção transversal da coluna e (c) a distância da linha neutra até a fibra externa comprimida da coluna.

Segundo HIBBELER (2009), vale notar que o raio de giração $r^2 = \frac{I}{A}$, dessa forma podemos reescrever a equação 22 como:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{P}{A} \left[1 + \frac{e c}{r^2} \sec \left(\frac{L}{2r} \sqrt{\frac{P}{EA}} \right) \right] \quad (23)$$

Para fins de determinar a tensão máxima para uma coluna utiliza-se a equação equação 23, bastando apenas utilizar os dados já conhecidos do material a ser utilizado.

2.3 PARICÁ (*SCHIZOLOBIUM AMAZONICUM*)

Segundo Pereira (1998), a Paricá (*Schizolobium amazonicum*) é uma árvore considerada de grande porte (de 20 a 30 metros de altura e até 100 centímetros de diâmetro), folhosa em sua copa e de textura macia, nativa do bioma Amazônia. O início da sua exploração deve-se a grande expansão e migração da população brasileira para a região norte do Brasil. Segundo Marques et al. (2006), na década de 90 do século XX a Paricá (*Schizolobium amazonicum*) começou a ser implantada nas regiões norte e centro-oeste com o intuito de comercializada, pois esta árvore possui um tempo de crescimento relativamente rápido (ROSSI e QUISEN, 1997). Na figura 14 temos a ilustração da árvore Paricá (*Schizolobium amazonicum*).

Figura 14 – Árvore Paricá (*Schizolobium amazonicum*) em sua fase adulta.



Fonte: Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária – Embrapa (2005)

Na figura 15 temos uma imagem de um plantio de árvores Paricá (*Schizolobium amazonicum*).

Figura 15 – Plantio experimental de Paricá (*Schizolobium amazonicum*).



Fonte: Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária – Embrapa (2018)

Os principais usos da Paricá (*Schizolobium amazonicum*) estão associados a indústria de laminação para a fabricação de compensados, aglomerados e painéis. Esta madeira também é utilizada para fabricação de embarcações, pallets e brinquedos em geral (Reitz et al., 1983; Inoue et al., 1984; OIMT, 1990; Carvalho, 1994; INIA, 1996). O Pará é o estado brasileiro mais promissor no ramo do plantio da espécie, sendo referência na fabricação desses laminados (FALESI e GALEÃO, 2002). Na figura 16 e figura 17 temos, respectivamente, imagens de toras de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) e o seu produto obtido a partir da laminação.

Figura 16 – Toras de Paricá (*Schizolobium amazonicum*).



Fonte: CELPLAC Compensados (2021)

Figura 17 – Chapas de compensado de Paricá (*Schizolobium amazonicum*).



Fonte: A Associação Brasileira da Indústria de Madeira Processada Mecanicamente – ABIMCI (2016)

Segundo o Sistema de Classificação de Cronquist, a taxonômica da *Schizolobium amazonicum* segue a seguinte ordem:

- Divisão: *Magnoliophyta (Angiospermae)*;
- Classe: *Magnoliopsida (Dicotyledonae)*;
- Ordem: *Fabales*;
- Família: *Caesalpinaceae (Leguminosae: Caesalpinioideae)*;
- Gênero: *Schizolobium*;
- Espécie: *Schizolobium amazonicum Huber ex Ducke*;

A madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*) é classificada como uma dicotiledônea de baixa densidade (fator importante para a relação peso-resistência), possui boa trabalhabilidade e é amplamente utilizada para a fabricação de laminados. A ABNT NBR 7190/1997 - Projeto de estruturas de madeira classifica a Paricá (*Schizolobium amazonicum*) como uma Dicotiledônea de classe C20 por ter uma resistência característica a compressão paralela às suas fibras ($f_{c0,k}$) com valores próximos a 20 Megapascals (VIDAURRE et al., 2012, p. 13).

Para a Engenharia Civil, o dimensionamento de uma estrutura de madeira, seja ela para ser usada como uma viga ou pilar, deve ser conhecida as características físicas e mecânicas da madeira. A Paricá (*Schizolobium amazonicum*) é uma madeira que possui características físicas já mencionadas como a anisotropia, teor de umidade, textura, retratilidade e densidade. Com o intuito de dimensionar uma peça de madeira para o uso estrutural, o engenheiro deve conhecer estas propriedades, e além disto também as propriedades mecânica da espécie de madeira na qual deseja trabalhar.

A normativa brasileira ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira, em seu Anexo B, disponibiliza os métodos e procedimentos de ensaios para a determinação laboratorial das propriedades físicas e mecânicas da madeira já mencionadas.

O motivo para a madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*) ter sido escolhida para obtenção de resultados para o trabalho se teve da fácil disponibilidade de suas amostras na região, fora que também foi escolhida por ser uma madeira que ainda carece de estudos de suas propriedades físicas e mecânicas.

2.4 ANEXO B DA ABNT NBR 7190:1997 - PROJETO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA

A ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira é a normativa brasileira que trata do uso de madeira como material estrutural. O anexo B “Determinação das propriedades das madeiras para projeto de estruturas” da normativa traz, mais precisamente, os métodos e procedimentos de ensaios para determinar as propriedades da madeira. A caracterização dessas propriedades pode ser classificada como simplificada, mínima ou completa. As propriedades cuja abordagem será necessária neste anexo são: a Umidade (U) e Densidade aparente (ρ_{ap}) como propriedades físicas da madeira e a resistência à compressão paralela às fibras (f_{c0}) e módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras (E_{c0}) como propriedades mecânicas.

2.4.1 Umidade

A determinação da umidade de uma peça de madeira pode ser orientada pelos métodos e procedimentos dispostos no item 5 do Anexo B da ABNT NBR 7190:1997 Projeto de estruturas de madeira. O objetivo deste item é determinar o teor de umidade da madeira para a determinação de outras propriedades como as mecânicas, além do mais, a determinação do teor de umidade serve para preservar a integridade da madeira. O teor de umidade da madeira, segundo a normativa, pode ser obtido a partir da relação entre a massa da madeira natural e a massa da madeira seca, esta relação pode ser expressa pela equação 24:

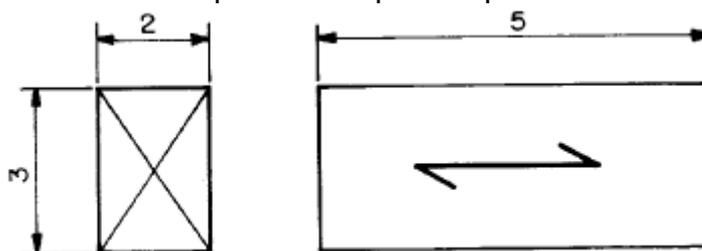
$$U(\%) = \frac{m_i - m_s}{m_s} \times 100 \quad (24)$$

Onde m_i é a massa inicial da madeira e m_s é a massa seca da madeira.

A extração dos corpos-de-prova deve obedecer ao item 2 do Anexo B, onde define que a extração de cada corpo-de-prova deve ser de diferentes lotes. Os corpos-de-prova devem estar isentos de defeitos.

A dimensão de um corpo de prova deve ter uma seção transversal retangular de 2,0 e 3,0 centímetros e o comprimento de 5 centímetros. Na figura 18 pode-se observar uma imagem das dimensões dos corpos-de-prova.

Figura 18 – Dimensões para os corpos-de-prova a serem ensaiados.



Fonte: ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira (1997)

Os procedimentos para a determinação da Umidade (U) dos corpos-de-prova são:

- Obter uma massa inicial m_i de 0,01 g para os CP's;
- Colocar os CP's numa câmara de secagem com temperatura máxima de 103 °C com margem de erro de 2°C;
- Aferir a secagem da madeira de 6 em 6 horas até que ocorra uma variação entre duas aferições seguidas de 0,5 % da última massa aferida;
- Após a determinação da massa seca m_s através das aferições a Umidade U pode ser calculada a partir da equação 24.

O resultado apresentado deverá ser a média entre as Umidades de cada CP.

2.4.2 Densidade básica e aparente

A determinação da densidade de uma peça de madeira é fundamental para o conhecimento acerca do dimensionamento da madeira como estrutura. Para realizar essa determinação a ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira no item 6 do Anexo B traz os métodos e procedimentos para obter a densidade de uma peça de madeira.

O item 6 do Anexo B tem o objetivo de determinar a densidade básica e aparente de um conjunto de corpos-de-prova. A densidade básica pode ser obtida através da razão entre a massa seca (m_s) e o volume saturado (V_{sat}) dos CP's. Podendo ser expressa pela equação 25:

$$\rho_{bas} = \frac{m_s}{V_{sat}} \quad (25)$$

Onde m_s é a massa seca e V_{sat} volume saturado.

O volume saturado (V_{sat}) é obtido através da submersão dos CP's em água até que a variação de sua massa seja 0 ou no máximo 0,5%.

A densidade aparente (ρ_{ap}) é a densidade cujo teor de umidade dos CP's esteja em 12%. Pode ser calculada de forma análoga a equação 25.

$$\rho_{ap} = \frac{m_{12}}{V_{12}} \quad (26)$$

Os CP's devem obedecer a uma seção retangular com dimensões mínimas de 2,0 e 3,0 centímetros e comprimento de 5,0 centímetros.

Os procedimentos para a determinação das densidades básica ρ_{bas} e aparente (ρ_{ap}) dos corpos-de-prova são:

- Obter uma massa seca m_s de 0,01 g para os CP's;
- Determinar o volume saturado através de medidas dos lados da seção transversal e do comprimento dos CP's;
- Com a obtenção dos valores de massa seca m_s , volume saturado V_{sat} , massa e volume com teor de umidade de 12%. Calcular os valores de densidade básica e aparente através da equação 25 e 26 respectivamente.

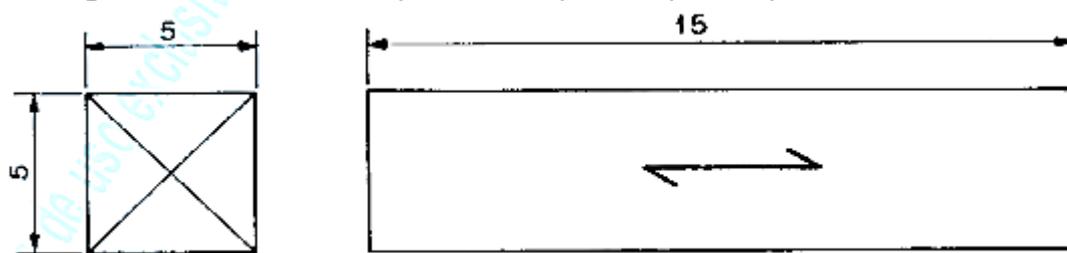
O resultado que será apresentado deverá ser a média entre as densidades de cada CP.

2.4.3 Compressão paralela às fibras

O conhecimento acerca da resistência a compressão paralela às fibras da madeira é essencial para o dimensionamento de uma estrutura de madeira. No item 8 do Anexo B da ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira dispõe os métodos e procedimentos de ensaios para a determinação dos valores de resistência da madeira.

O item 8 do Anexo B tem como objetivo determinar os valores de rigidez e resistência a compressão paralela às fibras de um conjunto de corpos-de-prova. A resistência a compressão paralela às fibras é a resistência que uma peça de madeira resiste ao ser solicitada por uma carga de compressão na direção de suas fibras. Os CP's devem obedecer a uma seção transversal quadrada cuja suas dimensões devem ser 5,0 centímetros e comprimento de 15 centímetros. A figura 19 ilustra as dimensões para os corpos-de-prova que são ensaiados.

Figura 19 – Dimensões para os corpos-de-prova que serão ensaiados.



Fonte: ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira (1997)

A resistência a compressão paralela às fibras pode ser expressa da seguinte forma:

$$f_{c0} = \frac{f_{c0,máx}}{A} \quad (27)$$

Onde $f_{c0,máx}$ é a carga máxima de compressão paralela às fibras obtida através de ensaio e A a área da seção transversal do CP.

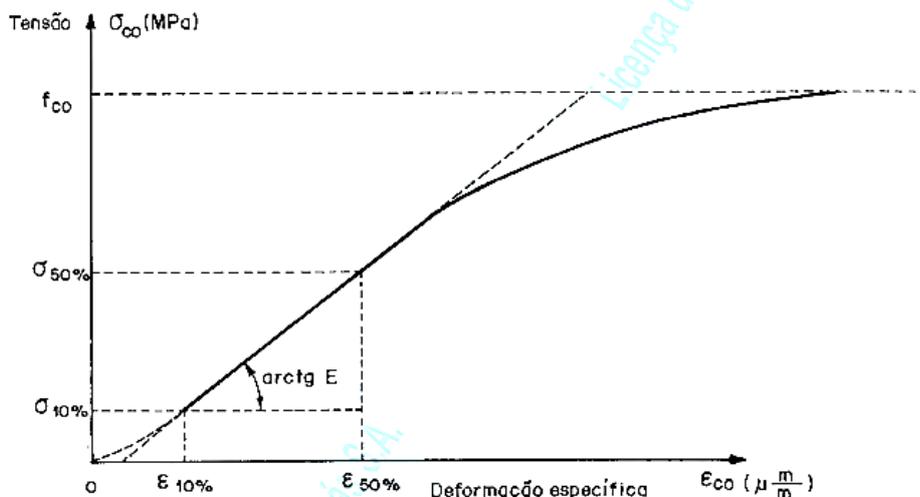
Para obter a rigidez da madeira é preciso conhecer o módulo de elasticidade de uma peça comprimida paralela as suas fibras (E_{c0}). O módulo de elasticidade pode ser obtido através do gráfico tensão x deformação do material. No item 8 do Anexo B, o módulo de elasticidade de uma peça comprimida de madeira na direção de suas fibras (E_{c0}) pode ser calculado a partir da inclinação da reta secante da linha projetada no gráfico tensão x deformação.

O módulo de elasticidade de uma peça comprimida de madeira na direção de suas fibras (E_{c0}) pode ser expressa da seguinte forma:

$$E_{c0} = \frac{\sigma_{50\%} - \sigma_{10\%}}{\varepsilon_{50\%} - \varepsilon_{10\%}} \quad (28)$$

Onde $\sigma_{50\%}$ e $\sigma_{10\%}$ correspondem a valores de tensões de compressão nos pontos onde, respetivamente, equivalem a 50% e 10% do valor de f_{c0} . $\varepsilon_{50\%}$ e $\varepsilon_{10\%}$ correspondem aos valores de deformação nesses pontos. A figura 20 demonstra um gráfico tensão x deformação para os corpos-de-prova.

Figura 20 – Gráfico tensão x deformação que determinam o valor de E_{c0} .

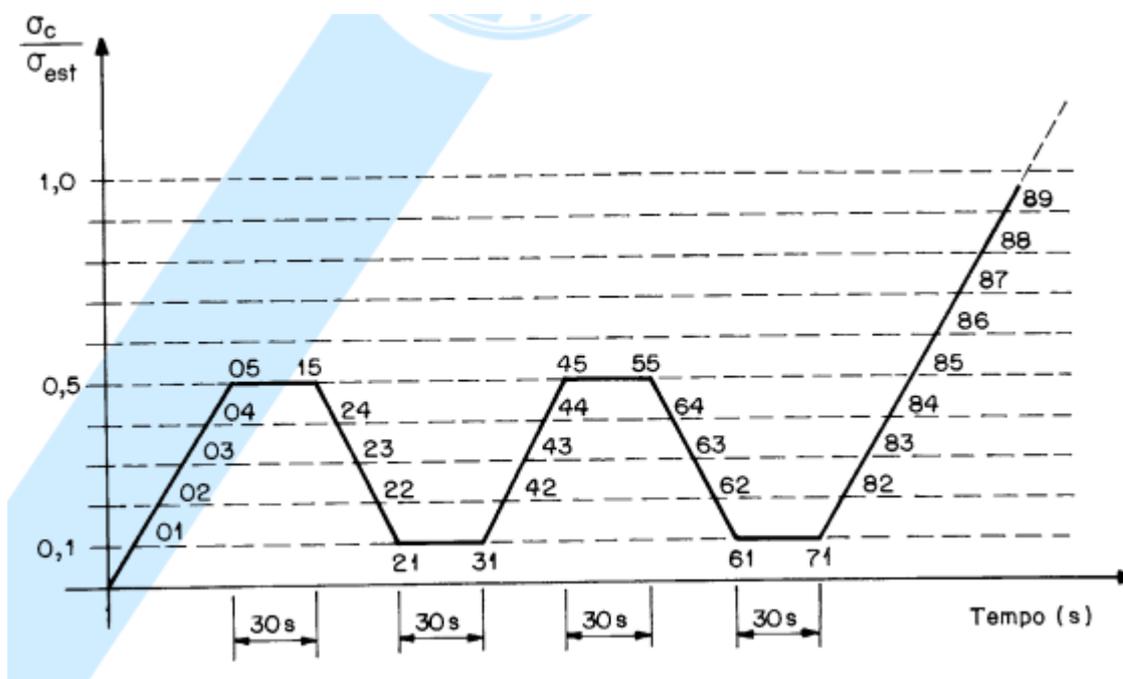


Fonte: ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira (1997)

Os procedimentos para a determinação da resistência a compressão paralela às fibras (f_{c0}) e o módulo de elasticidade (E_{c0}) dos corpos-de-prova são:

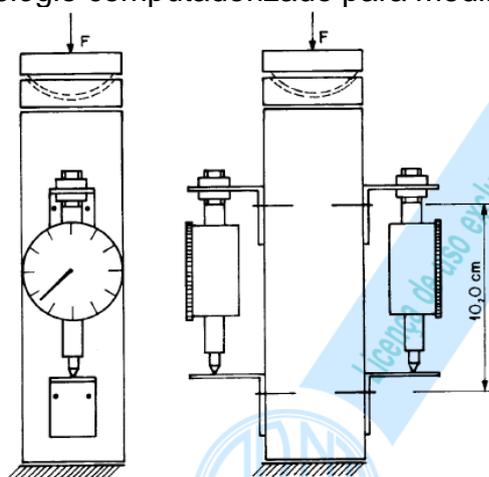
- Para determinar a rigidez dos CP's as medidas devem ser feitas com exatidão de 0,1 milímetros.
- Para determinar o valor do módulo de elasticidade E_{c0} as medidas de deformação devem ser feitas no mínimo em duas faces opostas do CP.
- Pode ser utilizado para medição relógios comparadores com precisão de 0,001 milímetros, presente na figura 22.
- O carregamento aplicado no ensaio será de 10 Megapascal por minuto.
- A resistência da madeira deve ser estimada através de um ensaio destrutivo de um CP pertencente ao mesmo lote que será ensaiado.
- Os valores obtidos no ensaio devem ser registrados conforme cada ponto do diagrama contido na figura 21.
- A apresentação dos resultados deve conter o diagrama tensão x deformação para todos os CP's que foram ensaiados. Os valores de resistência apresentados serão característicos e médios.

Figura 21 – Diagrama de carregamento para determinação da rigidez da madeira à compressão.



Fonte: ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira (1997)

Figura 22 – Relógio computadorizado para medir com precisão.



Fonte: ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira (1997)

3 METODOLOGIA

3.1 Considerações iniciais

O Comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) de uma peça comprimida com vinculação engaste-rótula depende de alguns fatores como o coeficiente de flambagem (k) e o comprimento real da peça (L). A ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira em seu item 7.5.1 define alguns valores para o coeficiente

de flambagem (k) para peças comprimidas bi-rotuladas e engastadas e livres. Vale ressaltar que a ABNT NBR 6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento dispõe para valores de coeficiente de flambagem (k) também para peças bi-rotuladas e engastadas e livres, não podendo haver outra vinculação por conta de limitações. Já a ABNT NBR 8800:2008 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios possui valores de coeficiente de flambagem (k) para diversas combinações de vínculos que podem ser vistos na figura 09.

O objetivo geral do trabalho é determinar o comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) para uma peça com vinculação engaste-rótula de madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*), para isto, foram apresentados alguns conceitos como flambagem, carga crítica de Euler (P_{cr}), e o comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}). Dado estes conceitos, podemos introduzir os procedimentos que foram realizados para a determinação experimental do coeficiente de flambagem (k).

3.2 Formulação teórica

Para a determinação do comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) de forma experimental será utilizado um corpo-de-prova de madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*) que será submetida a um esforço de compressão paralela às suas fibras através de uma prensa hidráulica figura 29.

Segundo DIAS (2018, p. 20), é importante ressaltar que para ser calculada a carga crítica de Euler (P_{cr}) será necessário que o comprimento real (L) da peça seja determinado de um modo que a carga crítica possa ser alcançada, ou seja, a carga crítica de Euler (P_{cr}) deve ser maior que a carga de compressão (P_{comp}).

Corroborando esse pensamento KARLSEN (1976, p. 25) nos diz que para a determinação da carga de compressão (P_{comp}) será necessário arbitrar uma seção transversal para o corpo-de-prova ensaiado. A seção transversal arbitrada para o corpo-de-prova que deverá ser ensaiada é de 20 x 5 milímetros. A madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*) é uma dicotiledônia de classe C20, logo, a resistência

característica à compressão paralela às fibras (f_{c0}) é de aproximadamente 20 Megapascals. Dessa forma, podemos obter o comprimento (L) do corpo-de-prova de modo que a condição $P_{cr} > P_{comp}$ seja satisfeita.

O comprimento real da peça (L) pode ser obtido a partir do pressuposto de que a peça sofrerá rompimento, logo $P_{cr} > P_{comp}$. Assim:

$$P_{cr} > P_{comp}$$

$$\frac{\pi^2 EI}{k^2 L^2} > f_{c0} A$$

$$\pi^2 EI > f_{c0} A k^2 L^2$$

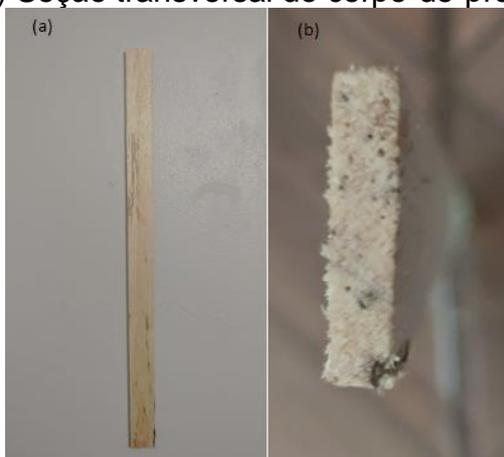
$$\sqrt{\frac{\pi^2 EI}{f_{c0} A k^2}} < L$$

O comprimento real da peça (L) pode ser obtido através da inequação acima. Vale notar que o módulo de elasticidade (E) vale 9500 Megapascals para madeiras classe C20 (ABNT NBR 7190, 1997), a menor inércia (I) da seção transversal vale $208,33 \text{ mm}^4$, a resistência característica à compressão paralela às fibras (f_{c0}) vale 20 Megapascals, a área da seção transversal (A) vale 100 mm^2 e por fim, o coeficiente de flambagem (k) vale 0,7 (por se tratar de uma peça com vinculação engaste-rótula, vide figura 08).

Solucionando a Inequação obtemos $L > 197,65 \text{ mm}$. Dessa forma, vemos que para a peça ensaiada ser rompida deverá ter um comprimento real maior que 197,65 milímetros. A prensa hidráulica (figura 29) possui uma limitação de altura, em função dessa limitação, a peça ensaiada terá um comprimento de 310 milímetros. Deste modo, utilizaremos corpos-de-prova com uma seção transversal de 20 x 5 milímetros e comprimento de 310 milímetros que será submetida a um esforço de compressão paralela às suas fibras a fim de obter de forma experimental a carga de ruptura (P_{rup}) e o coeficiente de flambagem (k) para a determinação do

comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}). Na figura 23 é ilustrado o corpo-de-prova que foi utilizado nos ensaios de flambagem.

Figura 23 – (a) Corpo-de-prova de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) que será utilizado para determinação do comprimento de flambagem e carga crítica de Euler. (b) Seção transversal do corpo-de-prova.



Fonte: O autor (2021)

3.3 Caracterização física e mecânica

As caracterizações físicas e mecânicas da madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*) foram determinadas de acordo com os procedimentos contidos no Anexo B da ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira graças aos alunos Sandriel Lima Nascimento, Vinícius de Sousa Lima e Marly Cirqueira Santos da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (Uemasul) sob orientação do Professor Msc. João Miguel dos Santos Dias no Laboratório de Estruturas e Materiais de Construção (LEMATCON) – Timoshenko – Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (Uemasul).

3.3.1 Teor de umidade

Para os procedimentos de determinação de umidade foram utilizadas 5 toras de madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*), cada uma delas sendo uma amostra. A peça de madeira que será utilizada a fim de atingir os objetivos do trabalho é originada da Tora 4.

No ensaio de caracterização do teor de umidade da Tora 4 foram utilizados 12 corpos de prova de dimensões 3 x 2 x 5 centímetros onde foram aplicados os procedimentos para determinação do teor de umidade contido no Anexo B da ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira e concluíram que o valor médio da Umidade (U) é de 10,29409 %.

3.3.2 Densidade aparente

Assim como a determinação da Umidade (U), a determinação da densidade aparente (ρ_{ap}) também está contida no Anexo B da ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira e realizando os procedimentos chegaram à conclusão de que o valor médio da densidade aparente (ρ_{ap}) da Tora 4 é de 0,334649 g/cm³.

3.3.3 Tensão de compressão paralela às fibras

A tensão de compressão paralela às fibras (f_{c0}) da madeira Paricá (*Schizolobium amazonicum*) foi também determinada a partir dos procedimentos do Anexo B da ABNT NBR 7190:1997 - Projeto de estruturas de madeira em que foram utilizados 12 corpos de prova de dimensões 5 x 5 x 15 centímetros que foram submetidos a um esforço de compressão paralela às fibras através de uma prensa hidráulica (figura 29), todos os valores de resistência foram devidamente mensurados com a ajuda de um Software no computador. O valor médio de compressão paralela às fibras (f_{c0}) da Tora 4 é 22,24 Megapascals. O módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras (E_{c0}) médio da Tora 4 é de 189,36 Megapascals.

3.4 Montagem do corpo-de-prova

O corpo de prova que será utilizado para determinar a carga crítica de Euler (P_{cr}) possui seção transversal de 20 x 5 milímetros e 310 milímetros de comprimento. Para a realização deste ensaio foi necessário fazer o engaste da peça na prensa hidráulica para que seja obedecida a condição de ensaio de uma peça com vinculação engaste-rótula. O procedimento de engastamento da peça consiste em colar duas peças de madeira de dimensões 30 x 30 x 250 milímetros (figura 24) na base e no topo do corpo-de-prova.

Figura 24 – Peças de madeira Cedrorana (*Cedrelinga cateniformis*) para o engastamento da peça de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) na prensa hidráulica.



Fonte: O autor (2021)

A determinação do coeficiente de flambagem (k) será realizada com 6 corpos-de-prova (ABNT NBR 7190,1997), e um corpo-de-prova teste de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) de dimensões 20 x 5 x 310 milímetros e 24 peças de Cedrorana (*Cedrelinga cateniformis*) de dimensões 30 x 30 x 250 milímetros para o engastamento.

A colagem do engastamento do corpo-de-prova foi realizada no dia 9 de novembro de 2021 por volta das 11 da manhã utilizando uma cola branca composta por resina de P.V.A (figura 25). A cura da cola teve duração de 1 dia.

Figura 25 – Cola Branca composta por resina P.V.A.



Fonte: O autor (2021)

Figura 26 – Peças sobre uma mesa de serviço.



Fonte: O autor (2021)

Figura 27 – Procedimento de colagem do engastamento no topo e na base do corpo de prova.



Fonte: O autor (2021)

Figura 28 – Processo de cura da colagem das peças.



Fonte: O autor (2021)

3.5 Carga crítica de Euler teórico

De acordo com BEER e JHONSTON (1995, p. 290) a carga crítica de Euler é dado pela equação 14 como $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2}$. Sendo o coeficiente de flambagem (k) em função da vinculação da peça. Vale notar que o Comprimento real do corpo-de-prova (L) considerado para fins de cálculo será de 250 milímetros devido as peças de engastamento de Cedrorana (*Cedrelinga cateniformis*) estar ocupando 60 milímetros do comprimento do corpo-de-prova. Dessa forma, a carga crítica de Euler (P_{cr}) teórico pode ser calculada da seguinte forma:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot 189,36 \cdot 208,33}{(0,7 \cdot 250)^2}$$

$$P_{cr} = 12,71 \text{ N}$$

Assim, concluímos que a carga crítica de Euler (P_{cr}) teórico do corpo-de-prova de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) com vinculação engaste-rótula utilizado é de 12,71 Newtons. No decorrer do trabalho será definida a carga crítica de Euler (P_{cr}) de forma experimental.

3.6 Ensaio de flambagem

No dia 11 de novembro de 2021, por volta das 9 horas da manhã, iniciou-se o preparo para o ensaio de flambagem nos 6 corpos-de-prova mais o corpo-de-prova teste. Após a retirada dos pesos para fixação da colagem, foi feita a identificação de cada corpo-de-prova para então iniciar os ensaios.

O ensaio de Flambagem foi realizado a em uma prensa hidráulica modelo INSTRON EMIC 23-100 presente no Laboratório de Estruturas e Materiais de Construção (LEMATCON) – Timoshenko da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (Uemasul) que possui carga máxima de compressão de 1000 kN. A prensa utilizada nos ensaios era controlada pelo Software Bluehill através de um computador onde são criados os métodos de ensaios e armazenamento de dados acerca do ensaio. Os procedimentos e os métodos de ensaios foram idealizados e executados pelo Co-orientador do trabalho Prof. Msc. João Miguel dos Santos Dias.

Figura 29 – Prensa Hidráulica Modelo INSTRON EMIC 23-100.



Fonte: O autor (2021)

Figura 30 – Corpo-de-prova teste.



Fonte: O autor (2021)

Figura 31 – Corpos-de-prova que foram ensaiados.



Fonte: O autor (2021)

Com os corpos-de-prova prontos o ensaio é iniciado ajustando a prensa hidráulica e então apta para o teste do ensaio de flambagem.

O método utilizado para este ensaio possui uma taxa de 2,5 Megapascals por minuto devido ao corpo-de-prova ser pequeno, frágil e por conta da ABNT NBR

7190:1997 - Projeto de Estruturas de Madeira determinar que o ensaio deve ter no máximo 129 segundos.

Após definido o método de ensaio o corpo-de-prova teste foi alocado na prensa hidráulica. O corpo-de-prova estava sendo pressionado por duas pinças no engastamento com o objetivo de evitar que haja cisalhamento na cola que unia o corpo-de-prova de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) e as peças de Cedrorana (*Cedrelinga cateniformis*). A flambagem da peça ocorrerá por conta do esforço de flexocompressão devida a algumas variações de rotulação da prensa hidráulica. O primeiro ensaio realizado foi com o corpo-de-prova teste, realizado para que pudéssemos verificar se todo o processo está de acordo com os objetivos do ensaio.

Por volta das 10 horas da manhã do dia 11 de novembro de 2021 foi dado o início ao ensaio de flambagem. De forma simples, o procedimento realizado neste ensaio consiste na aplicação de força de compressão no topo do corpo-de-prova com vinculação engaste-rótula com o objetivo de obter a carga crítica de Euler (P_{cr}) prático, obter a carga de ruptura (P_{rup}) e a partir destes resultados obter-se o coeficiente de flambagem (k) de forma experimental e o comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}).

Após alocado o corpo-de-prova teste foi dado o início do ensaio. As imagens a seguir demonstrarão de forma prática a ocorrência da flambagem e logo após o resultado obtido.

O ensaio teste foi realizado com sucesso e foi dado o início dos testes dos corpos-de-prova. As imagens a seguir mostrarão como foram realizados os procedimentos com os 6 corpos-de-prova selecionados para a realização do objetivo do trabalho.

Figura 32 – Corpo-de-prova 1 indeformado.



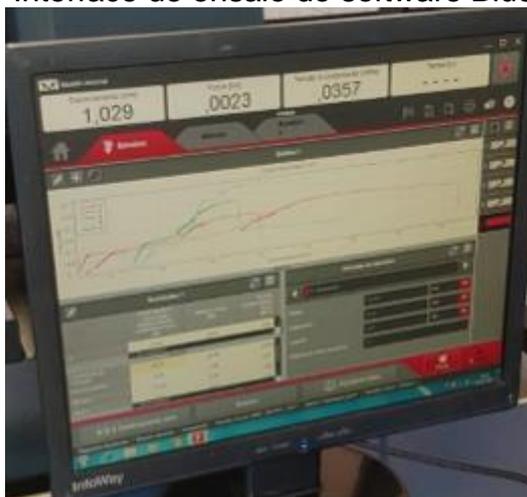
Fonte: O autor (2021)

Figura 33 – Corpo-de-prova 1 deformado.



Fonte: O autor (2021)

Figura 34 – Interface de ensaio do software Bluehill®.



Fonte: O autor (2021)

Após os ensaios foram feitas as aferições das massas dos corpos-de-prova e a massa média obtida foi de 649,03 gramas, lembrando que houve variação de massa devido a imperfeições geométricas e variabilidade na madeira. As pinças utilizadas para evitar cisalhamento na cola tem 156,67 gramas cada.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O quadro 1 a seguir apresenta os resultados obtidos de Carga de Ruptura (P_{rup}) para os 6 corpos-de-prova ensaiados.

Quadro 1 – Carga de Ruptura dos CP's.

CP's	Carga de Ruptura (kN)
CP 1	0,18
CP 2	0,16
CP 3	0,08
CP 4	0,21
CP 5	0,13
CP 6	0,11
Média	0,145
Mínimo	0,08
Máximo	0,21
Desvio Padrão	0,0476
Variância	0,00189

Fonte: O autor (2021)

Graças ao software Bluehill foi possível obter, de forma experimental e mensurável, os valores da carga de ruptura (P_{rup}) dos corpos-de-prova. A carga de ruptura (P_{rup}) média dos 6 corpos-de-prova utilizados foi de 0,145 kN. Nota-se que o valor

da carga de ruptura (P_{rup}) foi ligeiramente diferente para cada um dos 6 corpos-de-prova, também foi notável que alguns corpos-de-prova além de romper também se dividiram. É válido dizer que devido às imperfeições geométricas, tanto do corpo-de-prova como também das peças que foram utilizadas para engastar a peça, influenciaram neste resultado. A variabilidade da madeira também é um fator importante a ser discutido, pois é um material que possui diferentes propriedades em uma mesma amostra (PFEIL, 2003). Sendo assim, temos que a carga de ruptura (P_{rup}) média e adotada nos ensaios foi de 0,145 kN.

No quadro 2 temos o Módulo de Elasticidade obtido nos ensaios dos 6 corpos-de-prova.

Quadro 2 – Módulo de Elasticidade dos CP's.

CP's	Módulo de Elasticidade (Mpa)
CP 1	58,48
CP 2	180,71
CP 3	136,58
CP 4	147,68
CP 5	177,84
CP 6	150,47
Média	141,96
Mínimo	58,48
Máximo	180,71
Desvio Padrão	44,48
Variância	1648,66

Fonte: O autor (2021)

No quadro 3 estão dispostos os valores da Tensão de Escoamento dos 6 corpos-de-prova.

Quadro 3 – Tensão de Escoamento dos CP's.

CP's	Tensão de Escoamento (Mpa)
CP 1	0,6868
CP 2	0,775
CP 3	0,9238
CP 4	0,9279
CP 5	0,8204
CP 6	0,6454
Média	0,7977
Mínimo	0,6454
Máximo	0,9279

Desvio Padrão	0,1178
Variância	0,0116

Fonte: O autor (2021)

No quadro 4 estão dispostos os valores da deformação durante o escoamento dos 6 corpos-de-prova.

Quadro 4 – Deformação no escoamento.

CP's	Deformação no escoamento (mm)
CP 1	10,81
CP 2	2,60
CP 3	9,72
CP 4	8,63
CP 5	5,83
CP 6	11,41
Média	8,167
Mínimo	2,60
Máximo	11,41
Desvio Padrão	3,364
Variância	9,430

Fonte: O autor (2021)

No quadro 5 temos os valores da tensão de Ruptura que foram obtidas para cada um dos 6 corpos de prova.

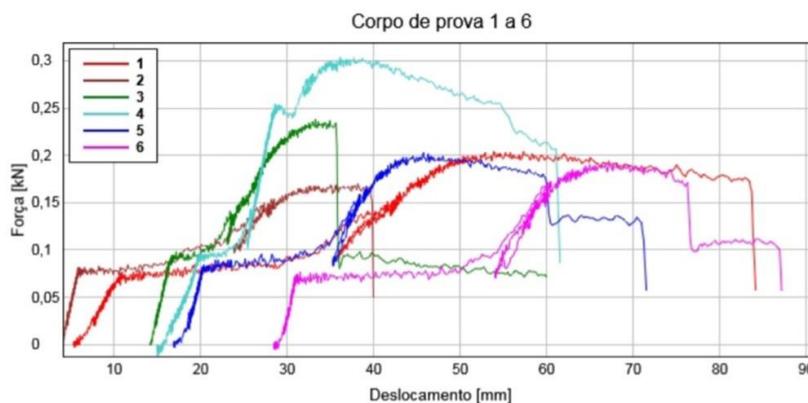
Quadro 5 – Tensão de Ruptura.

CP's	Tensão de Ruptura (Mpa)
CP 1	1,80
CP 2	1,60
CP 3	0,80
CP 4	2,10
CP 5	1,30
CP 6	1,10
Média	1,45
Mínimo	0,80
Máximo	2,10
Desvio Padrão	0,4764
Variância	0,1892

Fonte: O autor (2021)

Na figura 35, temos um gráfico Força x Deslocamento para cada um dos corpos-de-prova utilizados no ensaio.

Figura 35 – Gráfico Força x Deslocamento dos corpos-de-prova.



Fonte: Bluehill Emic 23-100 (2021)

Neste gráfico é possível visualizar o comportamento dos corpos-de-prova durante o ensaio. A partir deste gráfico é possível, estatisticamente, determinar a carga crítica de Euler (P_{Cr}) de forma experimental. É importante recordarmos o conceito de Flambagem que foi abordado no tópico 2.2.1 onde a Flambagem é o fenômeno de deslocamento lateral de uma peça sob carga de compressão. A flambagem se dá início quando a carga aplicada atinge a carga crítica de Euler (P_{Cr}) que mais precisamente se trata do valor de carga quando a peça que sofre compressão está em transição do equilíbrio estável para o instável, em outras palavras, a transição do regime elástico para o plástico (BEER e JOHNSTON, 1995). Neste gráfico é possível visualizar o trecho onde ocorre esta transição e é neste trecho onde a carga crítica de Euler (P_{Cr}) é alcançada. Através de métodos estatísticos podemos definir o valor da carga crítica de Euler (P_{Cr}) de forma experimental e fazer um comparativo entre o experimental e o teórico.

A partir de agora analisaremos cada corpo-de-prova e obteremos o valor médio da carga crítica de Euler (P_{Cr}) experimental para a amostra ensaiada. Na figura 36 é possível visualizar o gráfico força x deslocamento obtido a partir do ensaio do corpo-de-prova 1.

Figura 36 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 1.

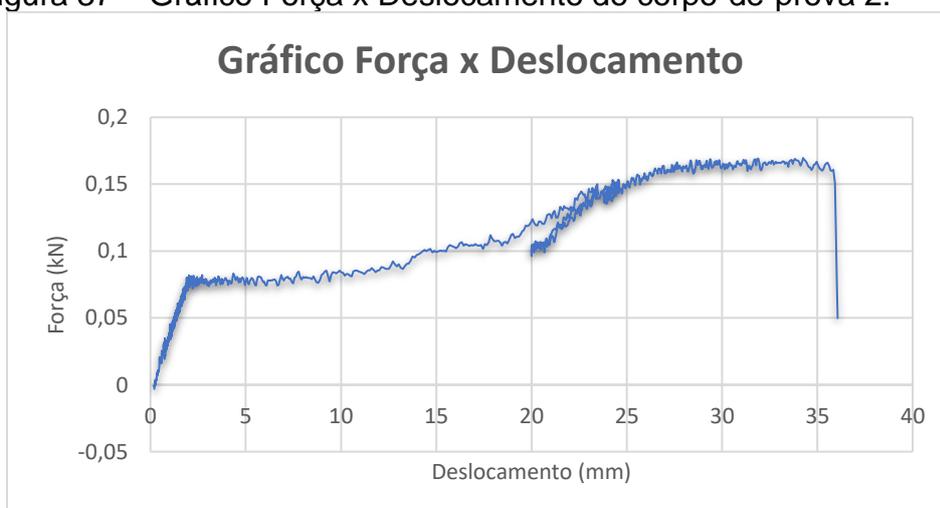


Fonte: O autor (2021)

Analisando o gráfico presente na figura 36 é possível notar que a carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental é atingida no intervalo onde o deslocamento é, respectivamente, 10 e 11 milímetros. Lembrando que a análise é estatística e devemos encontrar a força média entre este intervalo. O valor da carga crítica de Euler (P_{cr}) média encontrada neste intervalo corresponde a 0,06868 kN ou 68,68 N.

Na figura 37 temos o gráfico força x deslocamento do corpo-de-prova 2 e analogamente será feita a análise gráfica de todos os corpos-de-prova.

Figura 37 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 2.



Fonte: O autor (2021)

A carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental é atingida no intervalo de 2 a 3 milímetros e tem valor médio correspondente a 0,0775 kN ou 77,5 N.

Na figura 38 temos o gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 3.

Figura 38 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 3.



Fonte: O autor (2021)

A carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental do corpo-de-prova 3 é atingida no intervalo de 9 a 10 milímetros e tem valor médio correspondente a 0,09238 kN ou 92,38 N.

Na figura 39 temos o gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 4.

Figura 39 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 4.



Fonte: O autor (2021)

A carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental do corpo-de-prova 4 é atingida no intervalo de 8 a 9 milímetros e tem valor médio correspondente a 0,09279 kN ou 92,79 N.

Na figura 40 temos o gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 5.

Figura 40 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 5



Fonte: O autor (2021)

A carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental do corpo-de-prova 5 é atingida no intervalo de 5 a 6 milímetros e tem valor médio correspondente a 0,08204 kN ou 82,04 N.

Na figura 41 temos o gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 6.

Figura 41 – Gráfico Força x Deslocamento do corpo-de-prova 6.



Fonte: O autor (2021)

A carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental do corpo-de-prova 6 é atingida no intervalo de 11 a 12 milímetros e tem valor médio correspondente a 0,06454 kN ou 64,54 N.

Com todos os valores de carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental podemos tirar uma média dos 6 corpos-de-prova e compararmos com o valor teórico obtido. O valor médio da carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental é 79,655 N.

Comparando o valor da carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental com o teórico percebemos uma diferença relativamente alta entre os dois valores devido há alguns fatores que serão mencionados a seguir.

- Aparato de ensaio: O ensaio além de ter sido realizado por uma prensa hidráulica controlada por um software também passou por um processo manual em que pode ter havido uma ligeira modificação dos resultados.
- Imperfeições geométricas: As peças de madeira Cedrorana (*Cedrelinga cateniformis*) utilizadas para o engastamento do corpo-de-prova de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) na prensa hidráulica possuíam imperfeições geométricas com seções diferentes, além de não serem perfeitamente retilíneas. O fato de não ser retilínea influencia nos resultados a partir do pressuposto em que a carga crítica de Euler (P_{cr}) teórico é formulada com base numa peça ideal (HIBBELER, 2009). As tensões que ocorrem nos corpos-de-prova dependem da Área de sua seção transversal por contas disto as imperfeições geométricas influenciam nos valores obtidos durante os ensaios.
- Velocidade de ensaio: Neste quesito é levado em conta a fluência da madeira, enquanto ela irá deformar em função do tempo em que recebe carga. A velocidade utilizada neste ensaio foi de 2,5 Megapascals por minuto. Quanto mais rápido for a velocidade de ensaio, maior será a carga crítica de Euler (P_{cr}) devido ao rápido aumento do deslocamento.
- Flexocompressão: O ensaio utilizado para formulação do trabalho não foi realizado com compressão pura devido às imperfeições geométricas nos corpos-de-prova e a rotulação que ocorre na parte de superior da prensa hidráulica. A carga aplicada no ensaio foi de flexocompressão. Vale lembrar que a carga crítica de Euler (P_{cr}) teórico é formulada a partir de uma carga compressão pura.

- Variabilidade da madeira: A madeira é um material orgânico que possui diferentes propriedades físicas e mecânicas para cada espécie e é influenciada por diversos fatores já mencionados. A madeira é um material que em uma mesma amostra pode possuir diferentes características. As diferentes características da madeira podem ter sido de grande influência para os diferentes resultados obtidos durante o ensaio (PFEIL, 2003).
- Excentricidade: Como foi mencionado no decorrer do trabalho, a excentricidade é um fator importante que influencia na flambagem de uma peça sob compressão. É notável que a o corpo-de-prova não teve a carga aplicada exatamente no seu centroide e este é mais um dos fatores que influenciam nos resultados obtidos, vale lembrar que a carga crítica de Euler (P_{cr}) é formulada a partir do pressuposto em que a carga de compressão é aplicada exatamente no centroide da peça (BEER e JOHNSTON, 1995).

4.1 Coeficiente de flambagem experimental

O comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) é dado pelo produto do coeficiente de flambagem (k) e o comprimento real da peça (L). Neste trabalho a carga crítica de Euler (P_{cr}) teórico teve o coeficiente de flambagem $k = 0,7$ devido a vinculação engaste-rótula (HIBBELER, 2009). Agora que obtemos o valor da carga crítica de Euler (P_{cr}) experimental, podemos obter o valor do coeficiente de flambagem (k) experimental.

A partir da equação 14 podemos encontrar um valor para o coeficiente de flambagem (k) experimental com artifícios algébricos.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (14)$$

$$k = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{P_{cr} L^2}} \quad (29)$$

Substituindo os valores correspondentes na equação 29 obtemos $k = 0,279$.

Em comparação ao coeficiente de flambagem (k) teórico, o prático possui um valor diferente, e as justificativas para tal diferença são as mesmas apresentadas anteriormente.

Diante dos resultados e discussões apresentados pode-se concluir o objetivo geral do trabalho que se trata do comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) experimental para uma vinculação engaste-rótula.

O comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) teórico é dado pelo produto do coeficiente de flambagem (k) teórico que vale 0,7 e o comprimento real da peça (L) que vale 250 milímetros.

O comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) experimental, assim como o teórico, é dado pelo produto do coeficiente de flambagem (k) experimental que vale 0,279 e o comprimento real da peça (L) que vale 250 milímetros. Sendo assim, o comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) teórico vale 175 milímetros enquanto o experimental vale 69,75 milímetros.

Realizando um comparativo vemos que os resultados apresentam uma diferença relativamente grande, em torno de 40%. O propósito do trabalho não é dizer que as teorias estão erradas e sim somente para apresentar os resultados dos experimentos práticos e compará-los aos que foram obtidos de forma teórica.

5 CONCLUSÃO

A utilização do Paricá (*Schizolobium amazonicum*) em estruturas de madeira ainda é um tema que pode ser bastante discutido no meio acadêmico. Sua utilização na construção civil ainda é tímida e carece de mais esclarecimentos por parte de indústria e empresas para que sua popularização seja mais evidente e o custo das estruturas seja reduzido.

Nesse trabalho pudemos verificar os vários aspectos da Paricá (*Schizolobium amazonicum*) e estudar melhor suas propriedades dinâmicas com a resolução de uma equação diferencial para modelagem de sua carga crítica. Tal determinação é de fundamental importância, haja vista que não há um valor especificado nas normas da ABNT e isso é o que fora proposto no presente trabalho. A formulação empírica nos forneceu um valor razoável e acredita-se ser possível melhorar, em

trabalhos futuros, tal valor a fim de conceber um valor ótimo e sugerir a adoção do mesmo como um valor de referência para a ABNT.

A determinação das caracterizações físicas como a Umidade (U) e densidade aparente (ρ_{ap}) e as caracterizações mecânicas como a resistência à compressão paralela às fibras (fC_0) e Módulo de elasticidade à compressão paralela às fibras (EC_0) de uma amostra de Paricá (*Schizolobium amazonicum*) foram cumpridas graças aos alunos Sandriel Lima Nascimento, Vinícius de Sousa Lima e Marly Cirqueira Santos, estudantes da UEMASUL (Universidade Estadual da Região). Tais valores foram obtidos através de ensaios padronizados realizados segundo o Anexo B da ABNT NBR 7190:1997 – Projeto de Estruturas de Madeira no Laboratório de Estruturas e Materiais de Construção (LEMATCON) – Timoshenko da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (Uemasul) sob a orientação do Prof. Msc. João Miguel dos Santos Dias.

A carga crítica de Euler (P_{cr}) e a carga de ruptura (P_{rup}) da amostra de Paricá (*Schizolobium Amazonicum*) utilizada foi determinada a partir de ensaios laboratoriais numa prensa hidráulica INSTRON EMIC 23-100 no Laboratório de Estruturas e Materiais de Construção (LEMATCON) – Timoshenko da Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão (Uemasul) sob a orientação do Prof. Msc. João Miguel dos Santos Dias. A partir dos resultados obtidos também foi possível realizar um comparativo entre o comprimento efetivo de flambagem (L_{ef}) teórico e prático.

Assim, o experimento foi realizado com êxito comprovado pela apresentação registros fotográficos, quadros de resultados obtidos. Acredita-se que aspectos não cobertos pelo trabalho como modificar a equação da elasticidade para uma equação diferencial parcial ou utilizar métodos numéricos mais avançados como os gradientes conjugados para alcançar os valores de k mais específicos, podem ser explorados em futuros trabalhos acadêmicos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, D. H. et al. Full Characterization of Strength Properties of Schizolobium amazonicum Wood for Timber Structures. MIAMI: John Wiley, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS “Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios” – NBR 8800 da Associação de normas técnicas, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS “Projeto de estruturas de concreto – procedimento” – NBR 6118 da Associação de normas técnicas, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS “Projeto de estruturas de madeira” – NBR 7190 da Associação de normas técnicas, 1997.

BASTOS, P. S. Estruturas de Concreto II: Flexão Composta e Pilares de Concreto Armado. São Paulo: EDUNESP, 2020.

BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON JR., E. Russell. Resistência dos materiais. 3. ed. São Paulo: Makron Books, 1995.

BODIG, J. & JAYNE, B. A. Mechanics of wood and wood composites. New York: Van Nostrand, 1995.

BRANCO J. M., A madeira como material de estruturas. Arte & Construção. Revista profissional da construção e dos novos materiais. Edição Especial Madeiras, 2005. Cálculo e Execução de Estruturas de Madeira” – NBR 7190 da Associação

CALIL JR., C.; LAHR, F.A.R.; DIAS, A.A. Dimensionamento de elementos estruturais de madeira. Barueri, SP: Manole, 2003.

CARVALHAR, F. C. Determinação experimental da carga de flambagem e da excentricidade acidental de pilares compostos de madeira. Rio de Janeiro: EDUFRRJ, 2001.

CARVALHO, P. E. R. Paricá Schizolobium amazonicum. Curitiba: EDUFPR, 2007.

CARVALHO, R. F. et al. Estrutura de madeira projetada em substituição a uma metálica que colapsou. XIV EBRAMEM – Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira. Natal, 2014.

CASTELLANOS, S.; J. R.; V. A.; J. M. Comportamiento viscoelástico de la madera de Prosopis sp. Madera y Bosques. Madrid: Revertè, 2006.

CAVALHEIRO, R. S. et al. Mechanical Properties of Paricá Wood Using Structural Members and Clear Specimens. New Heaven: Interscience, 2016.

DE MELO R. R. et al. Avaliação das propriedades físicas, químicas, mecânicas e de superfície de lâminas de paricá (*Schizolobium amazonicum* Huber ex. Ducke), 2013. de Normas Técnicas, 1997.

DE SOUZA, C.R. et al. Paricá: *Schizolobium parahyba* var. *amazonicum* (Huber x Ducke) Barneby. Belém: EDUFPA, 2003.

DEMIDOVICH, B. P. Problemas e Exercícios de Análise Matemática. Moscou: MIR, 1978.

DIAS, J. M. S. Estruturas de madeira. Salvador: 2B, 2018.

DIAS, J. M. S. Ligações estruturais com barras de aço coladas com epóxi em madeiras de alta densidade – influência dos defeitos da madeira e dos erros de produção na resistência mecânica. Dissertação (Mestrado). Salvador, BA: Universidade Federal da Bahia, 2015.

DOS SANTOS, L. B. Descrição do Comportamento de Peças de Madeira submetidas à Compressão Paralela às Fibras Segundo a NBR 7190(1997). Dissertação (Mestrado). Marabá, PA: Universidade Federal do Pará, 2001.

FALESI, I. C.; GALEÃO, R. R. Recuperação de áreas antropizadas da mesorregião nordeste paraense através de sistemas agroflorestais. Belém: EMATER-Pará, 2002. Faria, A., Negrão, J. Projecto de Estruturas de Madeira. Publindústria, Edições Técnicas, 2009.

FLORES, E. I. S. et al. Numerical study on the elastic buckling of cross-laminated timber walls subject to compression. Indiana: McGrawhill, 2018.

GERE, J. M.; GOODNO, B. J. Mecânica dos materiais, 7ª ed. 2010.

GESUALDO, F. A. R. Estruturas de Madeira – Notas de Aula, 2003.

HIBBELER, R. C. Resistência dos materiais. 7. ed. São Paulo: Pearson Education: Prentice-Hall, 2009

KARLSEN, G. G. Wooden structures. Moscou: Mir, 1976.

KRETSCHMANN, D. E. Mechanical Properties of Wood. In: ROSS, R. Wood Handbook – Wood as an Engineering Material. Madison, Wisconsin: USDA Forest Service – Forest Products Laboratory, 2010.

KÚDELA, J. et al. Stability of wood columns loaded in buckling. Part 2. Eccentric buckling, 2004.

LEICESTER, R. H. Buckling Strength of Timber Structures. New York: McGrawhill, 2009.

LEPAGE, E.; Salis, G.A.; Guedes, E.C.R. Tecnologia de proteção da madeira. São Paulo: Montana Química, 2017.

MANCINI, E. Flambagem. São Paulo: Gradiva, 1996.

MASCIA, N. T. Flambagem de Barras. Rio de Janeiro: Atlas, 2001.

MORESCHI, J. C. Propriedades da Madeira. 1ª ed. Recife: EDUFPE, 2005.

PFEIL, W.; PFEIL, M. Estruturas de Madeira. Rio de Janeiro. Livros Técnicos e Científicos Editora. 6ª ed. 2003.

ROSSI, L. M. B.; QUISEN, R. C. Schizolobium amazonicum Ducke: a multipurpose tree in Rondonia, Brazil. In: alternatives to slash-and-burn annual review meeting, 6., 1997.

SANTOS, L.M.A. Madeiras. Mato Grosso: EDUFMT, 2010.

SOUSA, S.G.A; WANDELLI, E.V.; PERIN, R.; MATOS, J.C.S.; PEREIRA, L.A. Crescimento do Parica (*Schizolobium amazonicum* Ducke) em sistemas agrossilvipastoris implantados em pastagens degradadas. In: CONGRESSO BRASILEIRO EM SISTEMAS AGROFLORESTAIS, 2., 1998.

TEREZO, R. F. Propriedades da madeira de Paricá em diferentes idades para uso estrutural. Curitiba: EDUFPR, 2015.

TONINI, H.; CRUZ, D. L. DE S.; FERREIRA, L. M. M. O Paricá (*Scgizolobium amazonicum*): Crescimento, Potencialidade e Usos. Boa Vista: Embrapa , 2005.

TURK. G. et al. Buckling of timber columns exposed to fire. London: Princeton Press, 2011.

VIDAURRE, G. V. D. Pizzol, M. D. C. Arantes, L. R. Lombardi, Influência da idade na resistência à flexão e compressão paralela da madeira de Paricá, Proceedings of XIII Brazilian Meeting of Timber and Wood Structures, Vitória, Brazil, 2012.

APÊNDICE

APÊNDICE A – REGISTROS FOTOGRÁFICOS DOS CORPOS-DE-PROVA ENSAIADOS

Corpo-de-prova teste indeformado.



Corpo-de-prova teste deformado.



Corpo-de-prova teste rompido.



Corpo-de-prova 1 rompido.



Corpo-de-prova 2 na prensa indeformado.



Corpo-de-prova 2 deformado.



Corpo-de-prova 2 após ruptura.



Corpo-de-prova 3 indeformado.



Corpo-de-prova 3 deformado.



Corpo-de-prova 3 após ruptura.



Corpo-de-prova 4 indeformado.



Corpo-de-prova 4 deformado.



Corpo-de-prova 4 após ruptura.



Corpo-de-prova 5 indeformado.



Corpo-de-prova 5 deformado.



Corpo-de-prova 5 após ruptura.



Corpo-de-prova 6 indeformado.



Corpo-de-prova 6 deformado.



Corpo-de-prova 6 após ruptura.

